



## エンタングルメント・エントロピー

高柳 匡 京都大学基礎物理学研究所教授、Kavli IPMU客員上級科学研究员

ミクロな物理法則を記述する量子力学では粒子を波と解釈するので物理的状態の重ね合わせを考えることができます。例えば2つの電子のスピンからなる系を考えます。まず、片方 (A) のスピンの向きが上向きで、もう片方 (B) が下向きである状態を考えることができます (下図の $|\Psi_1\rangle$ )。このように直積で書かれている状態は、古典的状态です。一方、その状態とスピンの向きが逆の状態を均等に重ね合わせた状態 (下図の $|\Psi_2\rangle$ ) は量子的状态 (EPRペアと呼ぶ) で、このように直積で書けない状態ではAのスピンとBのスピンに相関があり、量子エンタングルメントを有すると言います。全体の状態は一意に決まっていますが、一部を抜き出すと実現される状態に不確定性があります。量子エンタングルメントの強さを測る量がエンタングルメント・エントロピー  $S_A$  で、下のようにAに制限された密度行列に対するフォン・ノイマン・エントロピーと定義されます。AB間から何個分のEPRペアが取り出せるか見積もる量です。

$$S_A = -\text{Tr} [\rho_A \log \rho_A]$$

(i)  $|\Psi_1\rangle = |\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B \sim \left[ \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{A} \end{array} \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{B} \end{array} \right]$   
 $S_A = 0$

(ii)  $|\Psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B)$   
 $S_A = \log 2 \sim \left[ \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{A} \end{array} \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{B} \end{array} \text{ or } \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{A} \end{array} \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{B} \end{array} \right]$