

# IIPMU NEWS

Feature

Jugendtraum

Interview with George F. Smoot

Focus Week:

Condensed Matter Physics Meets High Energy Physics



# IPMU NEWS CONTENTS

## English

- 3 **Director's Corner** Hitoshi Murayama  
Science of the Universe
- 4 **Feature** Kyoji Saito  
Jugendtraum of a mathematician
- 10 **Our Team** Won Sang Cho  
Johanna Knapp  
Takahiro Nishimichi  
Masaomi Tanaka  
Masahito Yamazaki
- 12 **IPMU Interview** with George F. Smoot
- 16 **Workshop Report**  
Focus Week: Condensed Matter Physics Meets  
High Energy Physics
- 18 **News**
- 22 **Temperature anisotropies in cosmic  
microwave background radiation**  
Naoshi Sugiyama

## Japanese

- 23 **Director's Corner** 村山 斉  
宇宙を科学する
- 24 **Feature** 斎藤 恭司  
—数学者の青春の夢
- 30 **Our Team** 趙 元相  
ヨハンナ・クナップ  
西道 啓博  
田中 雅臣  
山崎 雅人
- 32 **IPMU Interview** ジョージ・スムート教授に聞く
- 36 **Workshop Report**  
フォーカスウィーク：物性と素粒子の対話
- 38 **News**
- 40 **宇宙マイクロ波背景放射の温度揺らぎ**  
杉山 直



Kyoji Saito is IPMU Professor and a principal investigator. He is a world-leading mathematician in complex analytic geometry. His theories on primitive forms and infinite dimensional Lie algebras appear in recent theoretical physics, in particular, in topological string theory as the Landau-Ginzburg theory. He graduated from the University of Tokyo in 1967 and received a Doctorate from Göttingen University in 1971. He became an associate professor at the University of Tokyo in 1976. In 1979 he moved to RIMS (Research Institute for Mathematical Sciences), Kyoto University. At RIMS he became a professor in 1987 and served as Director in 1996 - 1998. Since 2008 he has been IPMU Professor.

斎藤恭司：東京大学IPMUの特任教授で主任研究員を兼ねる。専門は数学で、複素解析幾何学の世界的権威。その創始した原始形式の理論や無限次元リー環の理論は近年の理論物理学、特にトポジカル超弦理論にランダウーギンズブルク理論として現れる。1967年に東京大学理学部数学科卒業、1971年にドイツのゲッティンゲン大学で博士の学位を取得。1976年に東京大学助教授、1979年に京都大学数理解析研究所助教授、1987年に同教授、2008年からIPMU特任教授。この間、1996年から1998年まで数理解析研究所長を務める。

## Science of the Universe

Director of IPMU

Hitoshi Murayama

We had a pleasure of having a very distinguished visitor at IPMU as one of our members in February. George Smoot is known as a man who saved the Big Bang, and received the 2006 Nobel Prize in Physics. He stayed with us for a month, gave several talks for us and our scientific neighbors, and was very active at our daily tea time leading discussions and inspiring our young members. He really liked IPMU, and wants to come back. You can read about his conversation with our PI Naoshi Sugiyama in this volume.

Back in the 80's and early 90's, cosmology was said to be in "crisis." There was even a report in Time Magazine titled "*Bang! A Big Theory May Be Shot.*" The Universe now is lumpy, with stars, galaxies and clusters of galaxies. But we can also directly see the baby Universe because there is still light called CMB (cosmic microwave background) that came from the Big Bang. The problem was that the CMB looked exactly the same everywhere. How come that everywhere was the same in the baby Universe, but it became so lumpy today? The observed structure did not agree with the Big Bang theory.

George set out on a long journey to show that the baby Universe had seeds for structure. He used spy planes. He lost a balloon in a jungle. He convinced NASA to fly his apparatus on a satellite called COBE. And he found them after two decades of search. The seeds were unimaginably small: like a millimeter-size ripple on a 100-meter deep ocean. But they were

there and he could observe them in the CMB. These tiny ripples gradually grew by attracting dark matter with gravity, eventually becoming big tsunamis to form galaxies. Not only he saved the Big Bang, cosmology became science.

We at IPMU wish to follow his footsteps. Studying the Universe is no longer what Greek philosophers did; it is now a subject in science. And this pursuit is a big drama involving many people collaborating and competing, making mistakes and working hard. We would like to understand the entire history of the Universe by observations and experiments, and predict our future. We are lucky to be a part of this exciting scientific pursuit.



# Jugendtraum of a mathematician

## §1 Kronecker's Jugendtraum

There is a phrase “Kronecker's Jugendtraum (dream of youth)” in mathematics. Leopold Kronecker was a German mathematician who worked in the latter half of the 19th century. He obtained his degree at the University of Berlin in 1845 when he was 22 years old, and after that, he successfully managed a bank and a farm left by his deceased uncle. When he was around 30, he came back to mathematics with the study of algebraic equations because he could not give up his love for mathematics. Kronecker's Jugendtraum refers to a series of conjectures in mathematics he had in those days — maybe more vague dreams of his, rather than conjectures — on subjects where the theories of algebraic equations and of elliptic functions intersect exquisitely. In the present note, I will explain the dream itself and then how it is connected with my dream of the present time.

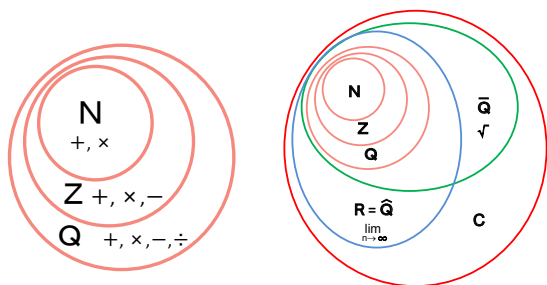
## §2 Natural numbers $\mathbf{N}$ , integers $\mathbf{Z}$ and rational numbers $\mathbf{Q}$

Let us review systems of numbers for explaining Kronecker's dream. Some technical terms and symbols used in mathematics will appear in the sequel and I will give some comments on them, but please skip them until §9 and §10 if you don't understand them.

A number which appears when we count things as one, two, three, ... is called a *natural number*. The collection of all natural numbers is denoted by  $\mathbf{N}$ . When we want to prove a statement which holds for all natural numbers, we use mathematical induction as we learn in high school. It can be proved by using induction that we can define addition and multiplication for elements of  $\mathbf{N}$  (that is, natural numbers) and obtain again an element of  $\mathbf{N}$  as a result. But we cannot carry out subtraction in it. For example,  $2-3$  is not a natural number anymore. Subtraction is defined for the system of numbers ...,  $-3$ ,  $-2$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $3$ , .... We call such a number an *integer* and denote by  $\mathbf{Z}$  the collection of integers. For  $\mathbf{Z}$ , we have addition, subtraction, and multiplication, but still cannot carry out division. For example,  $-2/3$  is not an integer. A number which is expressed as a ratio  $p/q$  of two integers ( $q \neq 0$ ) is called a *rational number* (in particular an integer is a rational number) and the collection of them is denoted by  $\mathbf{Q}$ . Rational numbers form a system of numbers for which we have addition, subtraction, multiplication, and division.\*1 Such a system of numbers is called a *field* in mathematics.

We ask whether we can measure the universe by rational numbers. The answer is “no” since they still miss two type of numbers: (1) solutions of algebraic equations, (2) limits of sequences. In the following §3 and §4, we consider two extensions  $\bar{\mathbf{Q}}$  and  $\hat{\mathbf{Q}}$

of  $\mathbb{Q}$ , and in §6, both extensions are unified in the complex number field  $\mathbb{C}$ .



### §3 Algebraic numbers $\bar{\mathbb{Q}}$

It was already noticed by ancient Greeks that one cannot “measure the world” only by rational numbers. For example, the length of the hypotenuse of a right-angled isosceles triangle with the short edges of length 1 is denoted by  $\sqrt{2}$  (Fig. 1) and Greeks knew that it is not a rational number. If we express  $\sqrt{2}$  by the symbol  $x$ , then it satisfies the equation  $x^2 - 2 = 0$ . In general, a polynomial equality including an unknown number  $x$  such as  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$  ( $a_0 \neq 0, a_1, \dots, a_n$  are known numbers called coefficients) is called an algebraic equation. We call a number  $x$  an *algebraic number* if it satisfies an algebraic equation with rational number coefficients. The collection of algebraic numbers, including rational numbers, is denoted by  $\bar{\mathbb{Q}}$ . It is a field since it admits addition, subtraction, multiplication, and division. Moreover we can prove that solutions of algebraic equations whose coefficients are algebraic numbers are again algebraic numbers. Referring to this property, we say  $\bar{\mathbb{Q}}$  is algebraically closed. This  $\bar{\mathbb{Q}}$  is an extremely exquisite, and charming system of numbers, but we are far from complete understanding of it despite the full power of modern mathematics. Is  $\bar{\mathbb{Q}}$  sufficient to measure the world? Before answering the question, let us consider another extension of systems of numbers in the next section.

### §4 Real numbers $\mathbb{R}$

Analysis was started in modern Europe by Newton (1642-1723) and Leibniz (1646-1716) and followed by Bernoulli and Euler. It introduced the concept of approximations of unknown numbers or functions by sequences of known numbers or functions.\*<sup>2</sup>

At nearly the same time in modern Japan mathematics (called *Wasan*), started by Seki Takakazu (1642(?)-1708) and developed by his student Takebe Katahiro (1664-1739), approximations of certain inverse trigonometric functions by a power series and that of  $\pi$  by series by rational numbers were also studied. Takebe wrote “I am not so pure as Seki, so could not capture objects at once algebraically. Instead, I have done long complicated calculations.” We see that Takebe moved beyond the algebraic world, an area of expertise of his master Seki, and understood numbers and functions which one can reach only by analysis (or series). Nowadays, a number which “can be approximated as precisely as required by rational numbers” is called a *real number* and the whole of them is denoted by  $\mathbb{R}$ .<sup>\*3</sup> A number which has an infinite decimal representation (e.g.  $\pi = 3.141592 \dots$ ) is a real number and the inverse is also true. Thus, numbers, which we learn in school, are real numbers. Japanese mathematicians of the time had high ability to calculate such approximations by using abacuses, and competed with each other in their skills. However I don’t know to what extent they were conscious about the logical contradiction that one cannot reach real numbers in general without infinite approximations, while the size of an abacus is finite (even nowadays, we meet the same problem, when we handle real numbers by computer). In Japan, we missed the tradition of Euclid. Some people, old Archimedes in Greek,

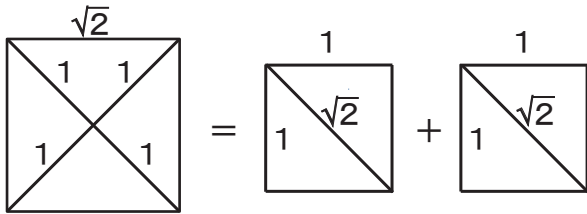


Figure 1: We consider a square whose diagonals have the length 2. Then its area is equal to 2, since we can decompose and rearrange the square into two squares whose side lengths are equal to 1. Therefore, the side length of the original square is equal to  $\sqrt{2}$ .

Cauchy in France, Dedekind in German and his contemporary Cantor, tried to clarify the meaning of “can be approximated as precisely as required” and now the system of real numbers  $\mathbf{R}$  is usually described according to their work. However, because of an embarrassing problem found by Cantor,<sup>\*4</sup> understanding of  $\mathbf{R}$  involves another kind of hard problem than that of  $\bar{\mathbf{Q}}$ .

## §5 Algebraic numbers versus real numbers

Incidentally, I think many mathematicians concern either the understanding of  $\mathbf{R}$  or that of  $\bar{\mathbf{Q}}$  and have their opinions. Some years ago, I talked with Deligne, a great mathematician in this age, at a conference about the completeness of real numbers. I was deeply impressed, when I heard him regretfully saying “Real numbers are difficult. We are far from understanding them”. Actually,  $\bar{\mathbf{Q}}$  has a clue called the absolute Galois group, which aids our understanding of it,<sup>\*5</sup> while  $\mathbf{R}$  consists of all convergent series, which offers little clue for capturing its elements (in spite deep theory of approximations of irrational numbers by rational numbers).

## §6 Marvelous complex numbers $\mathbf{C}$

A complex number  $z$  is a number expressed as  $z = a + bi$ , using two real numbers  $a$  and  $b$  where the symbol  $i$  (called the imaginary unit) satisfies the

relation  $i^2 = -1$ . The whole  $\mathbf{R} + \mathbf{R}i$  of all *complex numbers*, denoted by  $\mathbf{C}$  and called complex number field, carries the both properties: i) algebraically closedness like  $\bar{\mathbf{Q}}$ , that is, any non-trivial algebraic equation with coefficients in complex numbers always has a solution in complex numbers (Gauss), and ii) closedness under taking limits where distance between two complex numbers  $z_1, z_2$  is measure by the absolute value  $|z_1 - z_2|$ .

Furthermore, every proof of i) essentially uses a property, called the conformality of the product of complex numbers, where a germ of complex analytic functions can be found. Euler, who worked in 18th century, using complex numbers, showed already that the trigonometric functions and the exponential function, which were studied separately before, are combined by the beautiful relation  $e^{iz} = \cos(z) + i \sin(z)$  (in particular  $e^{\pi i} = -1$ ). Thus, the works of Gauss and Euler, titans in mathematics, established the role of complex numbers in mathematics. Then, there appeared several theories in physics, like electromagnetic theory, which are described by an essential use of complex number field. Even though what we observe are real numbers, quantum mechanics cannot be described without the use of complex number field. We have no choice of words but mysterious for the usefulness of complex numbers to describe laws of physics and the universe.

A complex number which does not belong to  $\bar{\mathbf{Q}}$  is called a transcendental number. It was proved by Lindemann in 1882 that  $\pi$  is a transcendental number, using Euler's identity  $e^{\pi i} = -1$  and the theory of approximations of the analytic function  $\exp(z) = e^z$  by rational functions, which I will explain in §7. Returning to a question at the end of §3, we observe now that algebraic numbers  $\bar{\mathbf{Q}}$  alone are not sufficient to measure the world. However, the

complex number field  $\mathbf{C}$ , likewise  $\mathbf{R}$ , carries Cantor's problem stated in \*4, and the question whether all complex numbers are necessary or only a very thin part of it is sufficient remains unanswered.

## §7 Rational functions and analytic functions

So far I have described systems of numbers. It is not just to give an overview of the history, but because  $\bar{\mathbf{Q}}$  and  $\mathbf{R}$  themselves carry profound actual problems yet to be understood. Another reason is that the development of the concepts of numbers repeatedly became models of new mathematics. For example, let us consider the collection of polynomials in one variable  $z$ , denoted by  $\mathbf{C}[z]$ . Similar to  $\mathbf{Z}$ , it admits addition, subtraction and multiplication between its elements but not division. As we constructed rational numbers from integers, we consider a function which is expressed as a fraction  $P(z)/Q(z)$  of two polynomials, called a *rational function*, and the whole of them, denoted by  $\mathbf{C}(z)$ . Then similarly to constructing a real number from  $\mathbf{Q}$ , we consider a function which is a limit of a sequence of rational functions (in a suitable sense) and call it an *analytic function*. Let us denote the collection of such analytic functions by  $\widehat{\mathbf{C}}(z)$ , mimicking the notation in \*3. I think the study of  $\widehat{\mathbf{C}}(z)$  is easier than that of  $\mathbf{R} = \widehat{\mathbf{Q}}$  and expect that the understanding of  $\widehat{\mathbf{C}}(z)$  helps that of  $\mathbf{R} = \widehat{\mathbf{Q}}$  as well as of  $\mathbf{C}$ . The reason is that an element of  $\mathbf{R}(\mathbf{C})$  is a limit of sequences of (Gaussian) rational numbers that provides little clue for capturing it, while for an element of  $\widehat{\mathbf{C}}(z)$  we have a clue, the variable  $z$ . For instance, we have some freedom to substitute a favorable value in the variable  $z$  as needed. Therefore, we contrast  $\bar{\mathbf{Q}}$  with  $\widehat{\mathbf{C}}(z)$  instead of contrasting  $\bar{\mathbf{Q}}$  with  $\mathbf{R} = \widehat{\mathbf{Q}}$  as in §5.

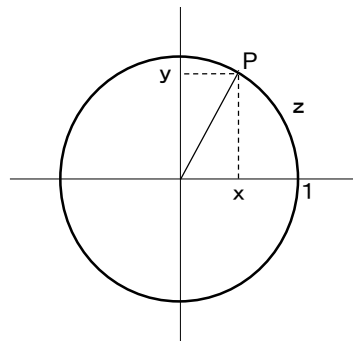


Figure 2: We consider a point P on the circle of radius 1 in the  $x$ - $y$  plane. Then the length (angle) of the arc  $\widehat{1P}$  is given by the integral

$$z = \widehat{1P} = \int_1^P \sqrt{dx^2 + dy^2} = \int_1^z \frac{|dx|}{\sqrt{1-x^2}}$$

Then as the inverse of the function  $x \mapsto z$ , we obtain the trigonometric-function  $x = \cos(z)$ .

## §8 Transcendental functions and period integrals

An element of  $\widehat{\mathbf{C}}(z)$  which is not either a rational function or an algebraic function (in a suitable sense) is called a *transcendental function*. The gamma function  $\Gamma(z)$  and zeta function  $\zeta(z)$  are examples of them. However, in what follows let us discuss about transcendental functions belonging to different category, namely their Fourier duals.

The exponential function  $\exp(z)$  and the trigonometric functions, we have already seen, are, from a certain viewpoint, the first elementary transcendental functions appearing after rational functions. Let us briefly explain the reason. We learn in high school that the length of an arc of the unit circle can be obtained as the integral  $z = \int_1^z \frac{|dx|}{\sqrt{1-x^2}}$  (Fig. 2). For the correspondence (or map)  $x \rightarrow z$  defined by the integral, its inverse map  $z \rightarrow x$  is the trigonometric function  $x = \cos(z)$ . In other words, the trigonometric functions are obtained as the inverse functions of the arc integrals over a circle (a quadratic curve). As we learn in high school, they are periodic functions with period  $2\pi$  and satisfy the addition formulas (in particular, we can obtain the coordinates of the points that divide the arc equally into  $q$  parts for a natural number  $q$ , by solving an algebraic equation of degree  $\leq q$ ). Then, arc integrals

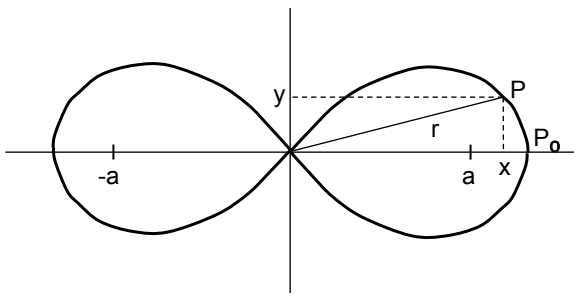


Figure 3: For a positive number  $a$ , the lemniscate curve is characterized as the loci of point  $P$  where the product of distances from two points  $\pm a$  on the  $x$ -axis is the constant equal to  $a^2$ , and is given by the equation  $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$ . The length  $z$  of the arc  $\widehat{P_0P}$  on the lemniscate is given by the integral

$$z = \widehat{P_0P} = \int_{P_0}^P \frac{dr}{\sqrt{1-r^4}}$$

where  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Then, as the inverse of the function  $x \mapsto z$ , we obtain an elliptic function  $r = \varphi(z)$  of period  $\mathbf{Z} + \mathbf{Z}i$ .

for curves of higher degrees and their inverse functions are natural subject of study. The theory of elliptic functions and abelian functions was born in that way.\*<sup>6</sup> The length of arcs in a lemniscate curve (see Fig. 3) is given by  $\int \frac{dr}{\sqrt{1-r^4}}$ . This was the first studied elliptic integral, 100 years before Gauss, when an Italian, Fergano, found a formula for the duplication of arc length of the lemniscate, and later Euler did the addition formulas (Jacobi approved it for the start of the theory of elliptic functions). The inverse function of the lemniscate integral is, from a modern viewpoint, an elliptic function having Gaussian integers  $\mathbf{Z} + \mathbf{Z}i$  as its periods.

### §9 Kronecker's theorem = the first contact point between algebraic numbers and transcendental functions?

Nowadays the following two statements are known as Kronecker's theorems (we refer readers to the text book in \*5 and \*6 for terminology):

1. Any abelian extension field of the rational number field is obtained by adjoining values that are substitutions of rational numbers  $p/q$  to the variable  $z$  of the exponential function  $\exp(2\pi iz)$  (for short, the coordinates of the points of the circle  $S^1 = \{z \in \mathbf{C} \mid |z| = 1\}$  that divide it equally

into  $q$  parts, see figure 1) to the field of rational numbers.

2. Any abelian extension of the gaussian integers  $\mathbf{Z} + \mathbf{Z}i$  is obtained by adjoining the coordinate values of the points of the lemniscate that divide it equally, where the values are expressed by special values of the elliptic functions associated with the lemniscate.

Kronecker's theorems (whose proofs he did not leave behind) involve both number theory and transcendental functions related to algebraic geometry. He devoted his later years of life to a proof of the advanced proposition that any abelian extension field of an imaginary quadratic field is obtained by adjoining solutions of the transformation equations for elliptic curves with complex multiplication. He called it "the dearest dream of my youth (mein liebster Jugend Traum)" in a letter to Dedekind, a German contemporary mathematician, when he was 58 years old.

It is said that Kronecker had many likes and dislikes; "God made the integers, all else is the work of man (Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk)." is his saying. According to books of the history, he thoroughly attacked the set theory of Cantor, a contemporary German mathematician; Cantor was distressed with this and entered a mental hospital. Though Kronecker's mathematics that treats the exquisite structure of numbers, and Cantor's that was reached by thorough abstraction of those structures (see \*4) are quite in contrast, I am attracted by both of their thoroughness, and the unhappy relation between them perplexes me. One may think Kronecker is on the side of  $\bar{\mathbf{Q}}$ , but I think this is a one sided opinion. His results or dreams turn out to tell about some delicate points where  $\bar{\mathbf{Q}}$  and



$\widehat{\mathbf{C}}(z)$  contact. Kronecker's Jugendtraum was later solved by Takagi Teiji in Japan and others, with the building of class field theory.

## §10 New dream

Following Kronecker, let me write about a dream of my own. Roughly speaking, Kronecker found that the first step (i.e. abelian extension of  $\mathbf{Q}$ ) of extending the rational number field  $\mathbf{Q}$  to its algebraic closure  $\overline{\mathbf{Q}}$  corresponds to another first step (i.e. exponential function) of extending the field of rational functions  $\mathbf{C}(z)$  to the field of analytic functions  $\widehat{\mathbf{C}}(z)$  in such a manner that the algebraic extension is recovered by adjoining special values of the transcendental function. Let us expect, though we have no evidence so far, that similar correspondences between algebraic numbers and transcendental functions exist further, and that it causes certain "hierarchies" among the corresponding transcendental functions.\*7 Then the problem is what transcendental functions should appear.

My Jugendtraum is to construct (some candidates for) such transcendental functions by period integrals and their inverse functions, just like that the classical circle integrals and elliptic integrals gave birth to exponential and elliptic functions. To do it, I proposed the theory of primitive forms and their period integrals as a higher-dimensional generalization of the theory of elliptic integrals. More precisely, we have introduced a) semi-infinite Hodge theory (or non-commutative Hodge theory) in order to define the primitive form associated with a Landau-Ginzburg potential, b) torsion free integrable logarithmic free connections to describe the period map, c) the flat structure (or Frobenius structure) on the space of automorphic forms given as the components of the inverse maps of period integrals,

d) several infinite-dimensional Lie algebras (such as elliptic Lie algebras, cuspidal Lie algebras, ...) in order to capture primitive forms in (infinite) integrable systems which are associated with a generalized root system and with a regular weight system, and e) derived categories for giving a categorical Ringel-Hall construction of those Lie algebras (every one of them is unfinished). It is mysterious that some pieces of these structures I have considered from purely mathematical motivations have come to be observed in topological string theory in recent physics. I sincerely wish these attempts for understanding of the system of numbers  $\mathbf{C}$  should also lead to the understanding of the physics of the universe.

\*1 To be precise, we don't allow division by 0.

\*2 Let us explain a bit more precisely. The collection of rational numbers is equipped with an ordering. Then, for two numbers  $x$  and  $y$ , we define the distance between them by  $|x-y| = \max\{x-y, y-x\}$  and regard them being closer to each other when the distance between them becomes smaller. We say that a sequence  $y_1, y_2, y_3, \dots$  approximates a number  $x$  if  $|x-y_n|$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) becomes smaller and closer to 0. We say that an infinite sum (called a series)  $y_1+y_2+y_3+\dots$  converges to  $x$  and write  $x=y_1+y_2+y_3+\dots$ , if the sequence  $y_1, y_1+y_2, y_1+y_2+y_3, \dots$  approximates  $x$ . E.g.  $\pi^2/6=1+1/2^2+1/3^2+\dots$  (Leibniz).

\*3 One may denote  $\mathbf{R}$  by  $\widehat{\mathbf{Q}}$  in the sense that it is an analytic closure of  $\mathbf{Q}$ . However  $\mathbf{Q}$  is also equipped with another distance than that in \*2 called  $p$ -adic non-Archimedean distance for each prime number  $p$ , and we need to distinguish  $\widehat{\mathbf{Q}}$  from the closure  $\mathbf{Q}_p$  with respect to the  $p$ -adic distance.

\*4 Cantor found that, forgetting the structures on the sets  $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \overline{\mathbf{Q}}$ , one can construct a one-to-one map between any two of them, while the set  $\mathbf{R}$  is properly larger than them. This left the problem whether an intermediate size between  $\mathbf{N}$  and  $\mathbf{R}$  exists. Although Cantor himself proposed the continuum hypothesis that asserts no intermediate exist, now it is known that the continuum hypothesis is independent of the axioms of set theory. Namely we don't know whether there exists a subset of  $\mathbf{R}$  which is properly smaller than  $\mathbf{R}$  and properly larger than  $\mathbf{N}$  or not.

\*5  $\overline{\mathbf{Q}}$  is a union of subfields  $\mathbf{Q}(\xi)$ , called number fields obtained by adjoining finitely many algebraic numbers  $\xi$  to  $\mathbf{Q}$ . The projective limit:  $\varprojlim \text{Gal}(\mathbf{Q}(\xi)/\mathbf{Q})$  of Galois groups corresponding to Galois fields  $\mathbf{Q}(\xi)$  (where  $\xi$  is closed under conjugation) is called the *absolute Galois group*. It is equipped with the inclusion relation among subgroups (hierarchy structure) corresponding to extensions of number fields. Reference: Emil Artin, *Algebra with Galois Theory*, American Mathematical Society, Courant Institute of Mathematical Sciences.

\*6 We refer the reader to one best text on elliptic functions and period integrals from analytic viewpoint by C.L. Siegel: *Topics in complex function theory*, Part 1, Teubner (1970).

\*7 Hilbert has suggested certain automorphic forms as such transcendental functions for real quadratic fields. However, the author does not know whether it is reasonable to expect further such correspondences. If there exist such correspondences, such transcendental functions form quite a thin ( $\aleph_0$ ) subset of the field of all transcendental functions. Those functions should be, in spite of their transcendency, special functions which are controlled by an algorithm in a suitable sense. We can imagine many things, Moonshine for instance. What happens on the side of transcendental functions corresponding to algebraic extensions with non abelian simple groups as their Galois groups. But I don't think we have examples to assert mathematical propositions. Can we "resolve" Cantor's problem (see \*4) considering only such a thin set of special transcendental functions and their special values? For the description of mathematics and physics of the universe, is such a thin set of transcendental functions sufficient?

# Our Team

## Won Sang Cho

Research Area: **Theoretical Physics**

Postdoc

My main research interests are collider and dark matter phenomenology in new physics beyond the Standard Model. In particular, I have been greatly interested in the mass and spin measurement of dark matter and new particles as research topics, with the goal of establishing a systematic means of verifying and establishing the specifications of new physics models. At IPMU, I will attempt to find



connections between new observables and new physics with the progress of the LHC experiment as well as forthcoming observations in astrophysics and cosmology.

## Johanna Knapp

Research Area: **Theoretical Physics**

Postdoc

String theory requires a ten-dimensional space-time. In order to make contact with our four-dimensional world, six of these dimensions have to be made compact and very small. The structure of the compact space governs the physics in four dimensions. For the construction of realistic string models it is essential to understand what happens in the extra dimensions. The main focus of my research



is to learn about the mathematical structure of the compact dimensions, and to explore dualities, such as mirror symmetry, which relate different string compactifications.

## Takahiro Nishimichi

Research Area: **Astrophysics**

Postdoc

I am working on a large-scale structure of the universe traced by millions of galaxies using large computer simulations. I am primarily trying to develop methodologies to extract information about two eras of accelerating expansion of the universe, caused by unknown dark energy and inflation. I aim to model the statistical properties of the galaxy



spatial distribution with unprecedented accuracy to make full use of the data from huge upcoming observational projects.

## Masaomi Tanaka

Research Area: **Astronomy**

Postdoc

It is known that some stars in the sky end their life in the brilliant explosion of a supernova. The mechanism of the supernova explosion, however, has long been a mystery in astronomy. I've been working on observations of supernovae using large, modern telescopes. As a result, complex three-dimensional geometry, surely a key to understanding the



explosion mechanism, has become apparent. I'm also interested in numerical simulations and observations of supernovae in the distant, early universe.

## Masahito Yamazaki

Research Area: **Theoretical Physics**

Postdoc

My primary field of study is string theory. My recent research has focused on state-counting problems in string theory. This is important from the perspective of black hole microstates and string duality. We proposed a new statistical mechanical model of crystal melting which gives exact answers to this question, and clarified its connection with the



topological string theory. This work also gives new predictions for mathematical invariants, and I have worked closely with mathematicians.

Our Team



## IPMU Interview with George F. Smoot

Interviewer: Naoshi Sugiyama

IPMU is a wonderful place to come and work

**Sugiyama:** Shall we begin the interview for the IPMU News?

**Smoot:** Okay, yesterday we posted our first IPMU paper, which I wrote with Damien Easson and Paul Frampton. It is titled "Entropic Accelerating Universe." We are saying that the reason why the universe is accelerating is because of the entropy screen at the horizon, and if you increase the horizon, it makes the entropy increase, so you get an outward force  $TdS/dr$  on the horizon. This is just as good as  $\Lambda$ .

An interesting thing about it is that the first time I went to lunch and met Damien, I then went to tea and met

George F. Smoot is Professor of Physics and Director of Berkeley Center for Cosmological Physics at the University of California, Berkeley. He is also Director of Institute for the Early Universe at Ewha Womans University in Korea since December 2008, and Professor of Physics at Université Paris Diderot - Paris 7 since 2010. He was awarded the 2006 Nobel Prize in Physics with John C. Mather for "their discovery of the blackbody form and anisotropy of the cosmic microwave background radiation." Among many other distinguished awards, he received the Albert Einstein Medal in 2003 and Oersted Medal in 2009.

Paul. They were telling me about Verlinde's paper. I said we should have a journal club on it. So I put together an impromptu journal club and we made it through two-thirds of the paper. The next day at tea in Piazza Fujiwara, I said that what we should do is to create a model where we explain dark energy as an emergent force, just as some people try to explain gravity as an emergent force. We should derive dark energy that way. Then Paul said, "We should write a paper right away." So he started writing. I added my section. It's all sort of hand waving but it is my first IPMU paper. It came from lunch and tea together. I imagine that it is an interesting story for IPMU.

**Sugiyama:** What is important for IPMU is maximum interaction among people, and this is one of the best examples. How do you find IPMU?

**Smoot:** I really like IPMU; it's very big and impressive. What's really impressive is how quickly it has grown to international stature. It seems like a wonderful place to come and work and I really like the idea of Piazza Fujiwara.

Also, yesterday I met an

officer from MEXT. I said how IPMU is a good model and how it builds a good foundation. One of the things that I told him I thought was very important was public relations, both to talk to the public and to get their support, but also to encourage young Japanese to become scientists. A couple of days ago I gave a lecture at Kyoto University. After my talk, I had dinner with some of the professors and I was asking them “Why did you become physicists.” The first one said, “When I was a young boy, Yukawa got the Nobel Prize.” Three of them in a row said the same thing. Almost all of them were influenced very much by the fact that Hideki Yukawa was so valued by Japan. So they dreamed of being similarly valued and that encouraged them to go and do the same.

**Sugiyama:** So you are the right person to guide young people to cosmology.

#### Institute for the Early Universe is a partner to IPMU

**Smoot:** Well, I am encouraging them but I also think there are many other interesting fields. One of the things I spoke about with the MEXT official, who was talking about setting up another WPI, was that the good thing about IPMU is that it is bringing together people from multiple disciplines. When you move into something like energy and climate or synthetic biology, you need people from very different disciplines. IPMU is leading

the way in showing how you can put these things together. In Korea, we had the same sort of idea. We have all the researchers and offices on one floor all around the periphery and there is an interaction area in the middle. It's all glass walls, partly frosted. You can write on them like blackboards. So it's a similar idea but on a much smaller scale than IPMU.

**Sugiyama:** Which fields?

**Smoot:** That's the Institute for the Early Universe, so it's a partner to IPMU, but a small partner, one-tenth the size of IPMU, with a much smaller budget. We can't offer higher salaries because they are set by the universities. We have 10 faculty, two more positions, and 10 postdoctoral fellows. That is a significant number, but not compared to IPMU. IPMU is clearly bigger and it's clearly more international.

**Sugiyama:** Are you able to attract people from abroad?

**Smoot:** There's a lot of encouragement for that. About half of the people are Koreans and half are from overseas. But IPMU is extremely successful and I think part of the reason is that Hitoshi has been very active and part of it is that they actually offer enough money that you can live reasonably. The good thing is that most places can't afford to do that, but the IPMU realizes that it has foreign visitors, and has found nice

**Naoshi Sugiyama is a principal investigator of IPMU. He is also Professor of Physics at Graduate School of Science, Nagoya University.**



places for accommodation like this one, and has found good subsidies for that. It is attractive for people to come here. It's interesting to be in Japan anyway. Because it's such a big place, and has so many researchers and visitors, it's attractive to come there to meet many people. I've met people from CERN, from the United States, from China and from Japan, many different sets of people. There are a lot of people, and lots of talks. There are so many talks in fact, that I can't go to all of them.

**Sugiyama:** Right, IPMU has the potential to be an international research hub. That's really important.

**Smoot:** Yes, it clearly is doing that. Right now it is very strong in theory but Hitoshi is moving to observations with Subaru and Hyper Suprime-Cam. That's the same thing we're trying to do in Korea. We just signed an agreement to be involved in BigBOSS.

**Sugiyama:** Do you have any advice for IPMU?

**Smoot:** No, I think IPMU is doing extremely well, and it should encourage overseas researchers to come and visit as much as possible.

**Sugiyama:** Do you feel that whenever you meet people somewhere else, you can recommend that they visit IPMU?

**Smoot:** I have encouraged my postdoctoral fellows to come. Three already have, and there are probably another two or three who are going to come this year. And I talked to my

colleagues in France. They told me to tell Hitoshi that they would like to build ties from France with IPMU. The French are very interested.

#### How did the COBE-DMR start?

**Sugiyama:** So you are impressed with IPMU; that is good news for us. Now let me get into some history. When and how did you start the COBE-DMR (Differential Microwave Radiometers) team?

**Smoot:** Well, first I was doing early experiments in cosmology, such as looking to see if there was antimatter in the universe, including cosmic ray balloon experiments where we looked for anti-atoms and anti-nuclei. We also did some gamma ray observations. Then I thought of a new way, a better way to do experiments and I went to Luis Alvarez who was overall head of that sort of area. There were four of us postdocs. He said, "Well before you go on to the next experiment, what all of you should do is to consider that your idea is just one of many ideas. You should also look and see what else is possible, what has been discovered, what new technologies are out there, and what new ideas are there because there's something else you can do." And he said, "I recommend you all take a month or two out and study and see what else you might do."

So we did a survey and one of the things we thought about was a Compton

Gamma Ray Telescope, which had only just become feasible, and one of the ideas was to try to measure neutrino mass by measuring the end point of the beta decay spectrum, which some people did. The other idea that we came across was using cosmic microwave background (CMB) to see what the large general structure of the universe looked like, not so much the large-scale matter structure but the geometry and temperature of the universe. I thought that would be a really good thing to do. We obtained some seed money and we built a little radio receiver and tested it out on the rooftops and then up on the high mountains and saw where we could do it.

Then we said, "Well, we have to fly in the balloon."

**Sugiyama:** When was this?

**Smoot:** This was the 70s. Then we had the idea of flying in the U2, which was good because it would bring your equipment right back to you; it didn't crash like the balloon. We couldn't get a lot of balloon flights because there would always be some damage to it, and we had to fix it up to fly again the next season. We flew twice a year if we were lucky; once a year was typical. But we wanted to cover a lot of the sky. With an airplane, we could go repeatedly. We wrote a proposal and eventually got it approved, and we built what's known as a differential microwave radiometer, looking at the two differences. We

developed that technology, and then we discovered the dipole anisotropy (which is caused by the Earth's motion relative to the CMB, and is not of cosmological origin) from the U2. We got better limits on the intrinsic CMB anisotropy, but we decided to make a balloon experiment to improve it with a cool version of differential microwave receivers. We needed to move to higher frequency to keep the system compact and, as a result, needed to be higher in the atmosphere to avoid atmospheric fluctuations. We went from 1 cm to 3 mm and we got much tighter limits which was getting to the point where you needed dark matter to make the structure.

But even before the balloon, I put in a proposal to NASA. This was towards the end of the 70s, when there was a big call for proposals for satellites. It turned out that a group from Princeton, MIT and Goddard Space Flight Centre, and then also a group from the Jet Propulsion Laboratory (JPL) put in a proposal. My proposal was to use the DMR to map the sky, the JPL proposal was to use a different kind of fast scanning method to map the sky, and the Goddard, Princeton, and MIT proposal was primarily to measure the absolute temperature; they also had a sky mapping one based on the Princeton experiment. All three of them passed through the first cut, but the JPL and my proposals were for a small satellite while

the other one was for a big satellite because it had all sort of stuff in it, and it got merged with IRAS at the time. Then IRAS got into trouble and kicked them off. We made presentations. The outcome, however, was not clear and we were not sure whether they were going to pick us or call for a merger. But it was clear we rated a little more highly than JPL did at the time.

When they kicked the CMB part of the stuff off of IRAS, they said, "Well we will just create a merger and call it COBE and put it behind." So we got put in the queue later. My design won among the presentations, and so I became the principal investigator of the team for anisotropy experiment. And for the spectrum experiment, John Mather's design was the winner. Then one of the other missions kicked off from IRAS was added. Anyway three PIs were designated and formed teams. That's how the whole sequence started, after we had stopped, looked around for an exciting new field, come up with the scheme to make the measurements, built the prototype, learned how to do it, and then put a proposal in that won.

**Sugiyama:** I see. So do you think the key success of COBE is because of the technology or rather the scientific concepts?

**Smoot:** I think it was a mix. We had the ideas. I had some people who worked together well and very effectively. This was because I might have an

idea for a scientifically good design. You have to say what you are trying to measure and what your primary science goals are. Then you have a set of requirements you get from that, and then you have to make an instrument that fulfills those requirements and can measure them. It was having clarity about what to do and the experience about what to do, and then having people who work together well and effectively.

#### Exciting science proceeds very quickly

**Sugiyama:** What did you feel when you found the CMB fluctuations?

**Smoot:** Well I wrote about it in a book. When we found them so many people wanted to rush and analyze them quickly. We wanted to see what it was. I was crying "No, first we have to keep everybody on the team focused on showing whether this is valid or not, because as soon as you say it's real you quit looking to see if there are any systematic effects." I had to keep everybody thinking "It could be a mistake. Let's check." I didn't want the many people on the team who were doing the hard work of checking the errors to look over and see their colleagues doing data analysis and having fun. I wanted everybody to share equally.

In April 23, 1992, the COBE team announced the discovery of the CMB anisotropy at the annual meeting of the American Physical Society in

Washington D.C. We had a series of talks, and when that was done, we held a press conference. Then there was so much press coverage, an unbelievable volume. Hitoshi can tell you about that, because he had just finished graduate school in 1991, and then he came to Berkeley, probably because of COBE.

**Sugiyama:** Well that's the same for me. I went to Berkeley in 1993, one year after COBE.

**Smoot:** And then we were going to MAX and MAXIMA to try to look for the first acoustic peak, which is what WMAP was designed to measure very well. But in fact acoustic peaks were scooped well before it, even though it was quickly going on. You have to realize that exciting science proceeds very quickly. It was very amazing, kind of exhilarating around that time, but also very exhausting because we were writing the papers and checking everything and getting it all right.

**Sugiyama:** But I envy you, because this is kind of like a dream come true.

**Smoot:** Right, most people didn't really understand what it meant, and in fact if you look at the theoretical papers back then, the idea that you could discover the cosmological parameters from it was really quite new. We were able to learn some things, but it wasn't until a year later, in 1993-1994, that you first started seeing papers saying how you

could determine Omega this and that, even though I knew you could do it a little bit from the spectrum.

**Sugiyama:** This is what we have actually done in Berkeley. One final question: how do you see the future of cosmology? Which direction should we be taking?

**Smoot:** I think that we have gotten to where we have a good macroscopic understanding of the universe. We have some idea of the general sweep. We are trying to put together all the observations and all of our understandings, and to see if it adds up to the plan as we see it. It requires people who understand astrophysics, people who understand cosmology, people who understand particle physics, and people who know how to do big simulations. You need people who know the different stages of the universe, who know the mathematics, who know the computer stuff, and who know how to interpret the experiments to really test the models and see what's going on. I think IPMU is well positioned for the new stage. IPMU provides the cross-section of people, but you need to be attacking the fundamental problems of cosmology.

**Sugiyama:** That is a nice conclusion. Thank you.

# Focus Week: Condensed Matter Physics Meets High Energy Physics

## Hideo Aoki

Professor, Graduate School of Sciences, The University of Tokyo

## Hiroshi Ooguri

IIPMU Principal Investigator

## Masaki Oshikawa

Professor, Institute for Solid State Physics, The University of Tokyo

## Tadashi Takayanagi

IPMU Associate Professor

## Shinsei Ryu

Postdoctoral Fellow, University of California at Berkeley

Beautiful ideas developed by theorists in one area of physics often have unexpected applications in others. In 2008, Yoichiro Nambu was awarded the Nobel Prize in Physics for his theory of the origin of the mass of the proton. In this work, he applied the theory of superconductivity to elementary particle physics.

Superstring theory is the most promising candidate for the ultimate unified theory of elementary particle physics, and it is one of the major research areas at IPMU. In the September 2009 issue of IPMU News, we reviewed the holographic principle, which is one of the important recent developments in superstring theory.<sup>1</sup> In the past couple of years, this idea has started to attract attention in condensed matter physics because it may hold the key to solving the mystery of high temperature superconductivity.<sup>2</sup> Conformal field theory, a building block of superstring theory, has been used to understand the quantum Hall effect and carbon nanotubes, and it is also playing an important role in the theory of quantum computation.

IPMU is located right next to the Institute for Solid State Physics (ISSP), and scientific exchanges

between the two institutes have begun with joint seminars and so on. Tadashi Takayanagi at IPMU is collaborating with Shinsei Ryu, who is a condensed matter theorist, to apply the holographic principle to understand topological insulators and superconductors. This Focus Week, hosted by IPMU in cooperation with ISSP, was organized by 2 high energy theorists and 3 condensed matter theorists to enhance such interdisciplinary collaborations between the two communities.

We invited 6 high energy theorists and 6 condensed matter theorists from all over the world as lecturers. Among them is Dam Son, who is one of the pioneers in applications of the holographic principle to quantum phase transitions and quantum fluid, and Sean Hartnoll, Shamit Kachru, Hong Liu, Shiraz Minwalla, who are major players in this area. World-leading experts in topological insulators and superconductors, including Satoshi Fujimoto, Alexei Kitaev, Nicholas Read, Xiao-Gang Wen, and Shoucheng Zhang, also gathered at IPMU. The talk by Volker Schomerus on his exact solutions to conformal field theory inspired many condensed matter theorists. The conference concluded with a





talk by Eduardo Fradkin.

In addition to regular talks, we asked 4 invited lecturers to give pedagogical lectures to enhance communications between high energy theorists and condensed matter theorists and to set a stage for technical talks in each area. We also solicited contributed talks, and 7 high energy theorists and 6 condensed matter theorists have been selected to give 30 minutes talks. Hallways surrounding the main lecture hall were covered by approximately 30 posters to present latest research results.

A panel session was organized to come up with a list of important unsolved questions that condensed matter theorists can pose to high energy theorists and vice versa. The process of clarifying the meanings of these questions led to lively discussions involving both the panelists and the audience. We are planning to publish a selected set of questions – “IPMU homework problems” – in the Bulletin of the Japanese Physical Society. Before the panel discussion, George Smoot, who received the Nobel Prize in Physics in 2006 for his discovery of fluctuations of the cosmic microwave background radiation, gave a

short lecture reviewing a variety of condensed matter phenomena in astrophysics.

With approximately 200 participants, this was by far the largest international conference at IPMU. This is a reflection of the high level of research activities at the interface of high energy theory and condensed matter theory. Approximately 40 participants came from abroad, from 12 different countries. In order to encourage informal exchanges, we held 3 coffee breaks on each day, and discussions continued until late at night at *La Piazza Fujiwara* on the third floor of IPMU. The meeting offered exceptional opportunities for researchers in both fields to compare notes and share common problems. A number of possibilities of interdisciplinary collaborations have already emerged, and we look forward to further developments from them.

We are grateful to administrative staff members of IPMU for their dedicated service.

(written by Hiroshi Ooguri)

---

<sup>1</sup> Hiroshi Ooguri: *Gravity's Holography*, IPMU News, Vol. 7, September 2009.

<sup>2</sup> Eric Hand: *String theory hints at explanation of superconductivity*, Nature, 19 July 2009.

## Inauguration Ceremony of IPMU's Research Building on February 23rd

To mark the completion of the IPMU's Research Building, a ceremony and reception were held on February 23, 2010, with about 150 people (guests, University of Tokyo researchers, and administrative staff) in attendance. The formal ceremony began with a performance by the Todai (University of Tokyo) Philharmonic Orchestra Quartet at the Piazza Fujiwara, on the third floor in the center of the new building. IPMU Director Hitoshi Murayama delivered a speech in which he expressed his joy and gratitude. Then, University of Tokyo President Junichi Hamada spoke about the strong hopes he had concerning IPMU's achievements, and expressed his determination to make IPMU one of the University of Tokyo's "Institutes for Advanced Studies," the creation of which is being discussed by the University's Board, and thus to make IPMU a permanent University entity and to give tenure to a subset of the IPMU faculty. (For the speeches of Director



Murayama and President Hamada, please refer to <http://www.ipmu.jp/ja/node/643>). Following the speeches, distinguished guests, Mr. Shigeo Okaya (Director of the Strategic Programs Division, S&T Policy Bureau, MEXT) and Prof. Toshio Kuroki (WPI Program Director and Deputy Director of the Research Center for Scientific Systems, JSPS) offered words of congratulation. Then, Prof. Hidetoshi Ohno of the University of Tokyo Graduate School of Frontier Sciences, the architect who designed the building, explained the concept he used to design the new building, as "a place having the capability" to create communication among researchers.

At the reception, the IPMU Chamber Orchestra, consisting of IPMU's researchers, administrative staff, and other related people, performed "Jupiter" from Gustav Holst's The Planets suite with members of the Todai Philharmonic Orchestra. The reception was most convivial, wonderfully complementing the formal ceremony.



## 2010 Japan Academy Prize to Katsuhiko Sato

The Japan Academy announced on March 12, 2010 that Katsuhiko Sato, IPMU Principal Investigator and IPMU Professor, had won the 2010 Japan Academy Prize. Prof. Sato is one of the pioneers who proposed the inflationary universe theory based on the unified theory of forces. This theory predicts that the early universe experienced an extremely rapid exponential expansion

(inflation) just after its birth, and then turned into a very hot fireball.

## Keiichi Maeda Received Young Astronomer Award

On January 23, 2010, the Astronomical Society of Japan (ASJ) announced that Keiichi Maeda, an assistant professor at IPMU, had been selected as a recipient of the ASJ Young Astronomer Award for his contribution to the "theoretical and observational study on the structure of supernova explosions." Prof. Maeda developed a new method to theoretically calculate emissions from supernovae, and he also discovered new aspects of supernova explosions through observations by the Subaru and other telescopes. The award ceremony took place on March 25, 2010 at the annual meeting of the ASJ.

## Takaaki Kajita Awarded the First Yoji Totsuka Prize

On February 14, 2010, Heisei Foundation for Basic Science announced that Takaaki Kajita, Director of the Institute for Cosmic Ray Research, the University of Tokyo and IPMU Principal Investigator, had won the first Yoji Totsuka Prize. This Prize has been created in honor of the late Professor Yoji Totsuka, one of the most respected physicists in neutrino physics, and is aimed at recognizing outstanding scientific achievements in neutrino physics experiments, non-accelerator physics experiments, or related theoretical studies. Prof. Kajita has been awarded the Prize for "Discovery of Atmospheric Neutrino Oscillations." Together with Yoji Totsuka, he played a leading role at Super-Kamiokande in this discovery, the first evidence for finite neutrino mass and the existence of lepton mixing in weak interactions. The awards ceremony was held on March 21, 2010.

### Masaomi Tanaka Won the 2009 UT President's Award

The University of Tokyo announced that Masaomi Tanaka, postdoctoral fellow at IPMU, is a recipient of the 2009 President's Award for his contribution on "Observational and Theoretical Studies on Supernova Explosions." Dr. Tanaka has studied the nature of supernova explosions by means of both observations with the Subaru telescope, and theoretical simulations, and clarified that supernova explosions have a complex three-dimensional structure. This result constitutes a new step in understanding the mechanism of supernova explosions. The awards ceremony was held on March 24, 2010.

### Memorial Lecture by Prof. Leggett, Recipient of UT Honorary Doctoral Degree

The University of Tokyo conferred an honorary doctoral degree to Sir Anthony J. Leggett while he was staying at the University of Tokyo at the invitation of IPMU. Prof. Leggett is a professor at the University of Illinois and winner of the 2003 Nobel Prize in Physics for his pioneering work on the theoretical understanding of superfluid helium 3 liquid. Prof. Leggett was awarded the honorary doctoral degree for his distinguished contribution to science and culture, particularly to progress and education in physics, not only for UT (he once taught at UT as a visiting professor) but for all of Japan. The awards ceremony and memorial lecture from Prof. Leggett were held on March 12, 2010, at Koshiba Hall on the University's Hongo Campus. Following his lecture, students and young researchers were invited to a tea-time discussion with Prof. Leggett. This event was co-hosted by the School of Science and IPMU.

### 2nd "Science Café: The Universe" at Tamarokuto Science Center

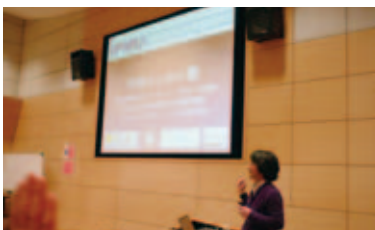
Following last year's successful event at Tamarokuto Science Center, the second "Science Café: The Universe" was held there, jointly sponsored by IPMU and the Tamarokuto Science Center. Three IPMU researchers gave lectures on Saturdays: IPMU Professor Shigeki Sugimoto on the "Miracles of Superstring Theory: About the Ultimate Picture of Matter" on January 30, IPMU Associate Professor Masahiro Takada on "Dark Matter Controls the Universe from Behind the Scenes: Search for It!" on February 20, and finally, IPMU Director Hitoshi Murayama on "Wrinkles and Seeds of the Universe" on March 6. Science Café emphasizes interaction between audience and lecturers. As with last year's event, this time attendees enjoyed it in a relaxed atmosphere.



Prof. Shigeki Sugimoto gave a lecture on January 30



Prof. Masahiro Takada gave a lecture on February 20



IPMU Director Hitoshi Murayama gave a lecture on March 6

### Science Camp for High School Students "Encounters of Modern Mathematics and Modern Physics"

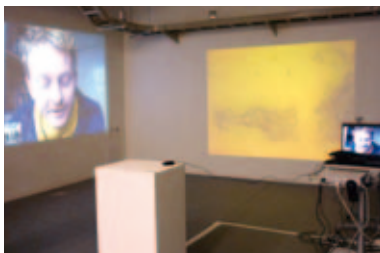
The spring science camp for high school students, "Encounters of Modern Mathematics and Modern Physics," was held at IPMU for three days, March 23 – 25, 2010. The science camp is one of the projects supported by JST (Japan S&T Agency) to foster next-generation leaders in science and technology. JST selects programs for subsidization from applications, and three-day camps on approved topics are held at universities and science centers, which include hands-on sessions and discussions with scientists and among the participating high school students. IPMU Prof. Akihiro Tsuchiya, a mathematician, took the lead in planning the approved program. Twenty students, selected from among applicants, took part. They lived together for three days, hearing lectures in mathematics. They also attended the IPMU researchers' tea time. In the exit questionnaire, the students made comments such as, "It was very exciting and enjoyable to have seen a mathematical world which is different from what we are learning at school," or "I am very happy because I made a lot of new friends."



### "Searching for the Other Physics" – An Art Exhibition at IPMU

The IPMU Art Society is a group of IPMU people and associated members who love contemporary art. The society organized an art exhibition titled

“Searching for the Other Physics” at IPMU from February 3 to 27, 2010. This exhibition was primarily aimed at an audience on the University of Tokyo’s Kashiwa Campus, but was also open to the public on February 25 and 27, and about 50 people visited from outside the campus. Artists inspired by research at IPMU, which explores the mysteries of the universe through cooperation among mathematics, physics, and astronomy, exhibited works on paper, video, and other media. On the first day, an opening reception was held and artists spoke about their work. One of the artists who contributed to this art exhibition is living in England. He explained his work via the Internet as seen below.



#### IPMU Workshop: Elliptic Fibration and F-theory

IPMU hosted the Elliptic Fibration and F-theory workshop during the period of January 4-8, 2010. F-theory is one of the formulations of superstring theory, which draws heavily on the mathematics of elliptic fibered Calabi-Yau geometry in its application to low-energy physics. We therefore brought together experts in physics and mathematics from around the world to exchange ideas and make



further progress in this interdisciplinary field.

#### Focus Week: Condensed Matter Physics Meets High Energy Physics

This Focus Week workshop was held at IPMU for five days, February 8 - 12, 2010. For details, see pp. 16 - 17.

#### Workshop: Geometry of Lattices and Infinite Dimensional Lie Algebras

This workshop was held at IPMU for three days, March 17 – 19, 2010.

#### Future Workshop: Workshop on Recent Advances in Mathematics at IPMU. 2

“Workshop on Recent Advances in Mathematics at IPMU, 2” will be held at IPMU on April 5 and 6, 2010.

#### Future Workshop: CL J2010: from Massive Galaxies Formation to Dark Energy

The workshop CL J2010: from Massive Galaxy Formation to Dark Energy will be held over five days, June 28 – July 2, 2010. While galaxy clusters are the most massive self-gravitating systems in the universe, we will discuss a wide range of topics at the conference, from how massive central galaxies in a cluster have formed in structure formation to methods of exploring the nature of dark energy with cluster based cosmological experiments.

#### IPMU Seminars

Information on IPMU seminars is posted on IPMU website ([http://db.ipmu.jp/seminar/?mode=seminar\\_recent](http://db.ipmu.jp/seminar/?mode=seminar_recent)). You will find detailed information and request form (when needed) there.

1. “Dark Matter and the First Stars”  
Speaker: Doug Spolyar (Fermilab)  
Date: Jan 08, 2010
2. “Dilaton cosmologies and their gauge theory duals”  
Speaker: Sumit Das (Kentucky University)  
Date: Jan 12, 2010
3. “Exploring Hadron Physics in Black Hole Formations: a New Promising Target of Neutrino Astronomy”  
Speaker: Ken’ichiro Nakazato (Kyoto University)  
Date: Jan 14, 2010
4. “Mirror symmetries of  $P^2$  enumerated by Markov triplets”  
Speaker: Sergey Galkin (IPMU)  
Date: Jan 19, 2010
5. “Aspects of orientifolds in topological string theory”  
Speaker: Daniel Krefl (IPMU)  
Date: Jan 26, 2010
6. “The environmental dependence of galaxy properties at  $0 < z < 2$ ”  
Speaker: Masayuki Tanaka (IPMU)  
Date: Jan 28, 2010
7. “Neutron Stars and the Dense Matter Equation of State”  
Speaker: James M. Lattimer (SUNY)  
Date: Jan 28, 2010
8. “Solving Complex Projective Superspace”  
Speaker: Volker Schomerus (DESY)  
Date: Feb 02, 2010
9. “Implications of CDMS II result on Higgs sector in the MSSM”  
Speaker: Masato Yamanaka (ICRR)  
Date: Feb 04, 2010
10. “Neutrino Constraints on Inelastic Dark Matter after CDMS II”  
Speaker: Jing Shu (IPMU)  
Date: Feb 04, 2010
11. “Ten-fold classification of topological insulators and superconductor”  
Speaker: Shinsei Ryu (UC Berkeley)  
Date: Feb 05, 2010
12. “The Next Generation X-Ray Satellite: ASTRO-H”

- Speaker: Aya Bamba (Dublin/JAXA)  
Date: Feb 09, 2010
13. "Holography from the  $AdS_3 \times S^5$  Pure Spinor Formalism"  
Speaker: Nathan Berkovits (The University of São Paulo)  
Date: Feb 11, 2010
  14. "T-duality, field theory, and Courant brackets"  
Speaker: Barton Zwiebach (MIT)  
Date: Feb 11, 2010
  15. "Cosmic structure formation and weak gravitational lensing"  
Speaker: Masahiro Takada (IPMU)  
Date: Feb 17, 2010
  16. "Non-gaussianities and the Inflationary Initial State"  
Speaker: Andrew Tolley (Perimeter Institute)  
Date: Feb 22, 2010
  17. "Improved flux limits for neutrinos with energies above  $10^{22}$  eV from NuMoon observations"  
Speaker: Olaf Scholten (KVI/ Groningen)  
Date: Feb 22, 2010
  18. "Nearly Frobenius Structures and Quantum Field Theory"  
Speaker: Ernesto Lupercio (CINVESTAV)  
Date: Feb 23, 2010
  19. "Primordial density perturbations from inflation"  
Speaker: David Wands (University of Portsmouth)  
Date: Feb 25, 2010
  20. "Finite type invariants and the Ptolemy groupoid"  
Speaker: Robert Penner (Aarhus University/USC/Caltech)  
Date: Mar 02, 2010
  21. "New cosmological constraints on primordial black holes"  
Speaker: Bernard Carr (Queen Mary University of London/RESCEU)  
Date: Mar 04, 2010
  22. "Thermodynamic Bethe Ansatz for Konishi-like states in  $AdS_5 \times S^5$ "

- Speaker: Ryo Suzuki (Trinity Colledge, Dublin)  
Date: Mar 09, 2010
23. "Fate of young radio-loud AGN: Dead or alive?"  
Speaker: Nozomu Kawakatu (University of Tsukuba)  
Date: Mar 11, 2010
  24. "Introduction to High Energy Low Temperature Physics"  
Speaker: Anthony J. Leggett (University of Illinois, Urbana-Champaign)  
Date: Mar 15, 2010
  25. "D0-D6 states counting and Gromov-Witten invariants"  
Speaker: Jacopo Stoppa (Cambridge)  
Date: Mar 16, 2010
  26. "New particle mass spectrometry at the LHC"  
Speaker: Won-Sang Cho (IPMU)  
Date: Mar 18, 2010
  27. "Calculating multi-leg one loop amplitudes with unitarity cut method"  
Speaker: Zoltan Kunszt (ETH Zurich)  
Date: Mar 25, 2010



A scene of a seminar in the new IPMU building

### IPMU Komaba Seminar

Mathematics seminars are also held at the University of Tokyo Komaba Campus (<http://info.ms.u-tokyo.ac.jp/seminar/ipmusem/>).

1. "Bases in the solution space of the Mellin system"  
Speaker: Timur Sadykov (Siberian Federal University)  
Date: Feb 01, 2010

### Personnel Change

IPMU Principal Investigator (PI) Katsuhiko Sato (he has also been IPMU Project Professor since retiring from the Science School, the University of Tokyo on March 31, 2009) will be appointed President of the National Institutes of Natural Sciences on April 1, 2010. As a result, he will step down as IPMU PI and Project Professor on March 31, 2010. However, he will remain a visiting member of IPMU as Visiting Senior Scientist and join research projects.

Also, the following three IPMU postdoctoral fellows have left IPMU to work at other institutes. Their time at IPMU is shown in parentheses.

Jan Schuemann moved to Massachusetts General Hospital in Boston as a postdoctoral researcher (September 19, 2008 – February 28, 2010).

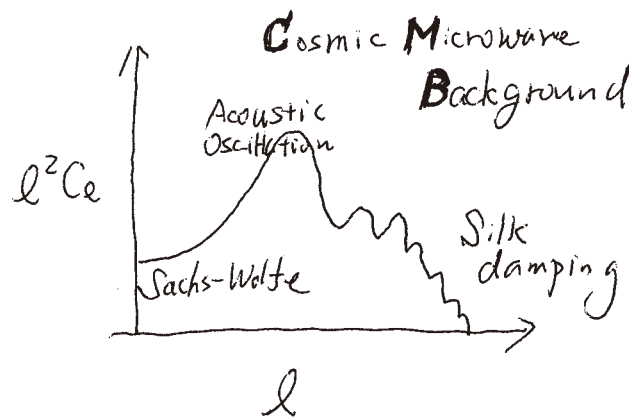
Dongfeng Gao has taken a position as Associate Researcher at Wuhan Institute of Physics and Mathematics, the Chinese Academy of Sciences (May 1, 2009 – March 31, 2010).

Hajime Takami moved to the Max Planck Institute for Physics as a Project Researcher (April 1, 2009 – March 31, 2010).

# Temperature anisotropies in cosmic microwave background radiation

Naoshi Sugiyama Principal Investigator of IPMU

Temperature anisotropies in cosmic microwave background radiation, which is direct evidence in support of the hot big bang of the early universe, were discovered in 1992 using a COBE satellite, by a team led by Professor George Smoot who won the Nobel Prize in Physics in 2006 (see page 12). Temperature anisotropies were generated in the very early universe due to the quantum effect and evolved in the expanding universe under various physical processes, such as acoustic oscillation, gravitational redshift, and photon diffusion. This figure shows the typical amplitude of anisotropies as a function of the size (small values of  $\ell$  correspond to large scales). Comparing theoretical predictions with observational data, we can estimate the amount of matter, baryons, space curvature, and so on. Moreover, it offers a clue to nature of the early universe.



$$\ddot{\Theta}_0 + k^2 c_s^2 \Theta_0 = -\frac{k^2}{3} \Psi - \ddot{\Phi}$$

## 宇宙を科学する

IPMU 機構長

村山 斉 むらやま・ひとし

今年二月には、ノーベル物理学賞を2006年に受賞したジョージ・スムートをIPMUのメンバーとして迎えました。彼は「ビッグバンを救った男」として知られています。一月間滞在し、IPMUでも他の日本の大学でも講演してもらい、毎日のお茶の時間で積極的に議論を巻き起こして若いメンバーに刺激を与えてくれました。IPMUがとても気に入ったようで、また来たいと言ってくれています。IPMUニュースの今号では主任研究員の杉山直とジョージの対談をお楽しみ下さい。

1980年代、1990年代の初めにかけて、宇宙論は「危機」にあると言われていました。実際アメリカの雑誌タイムでは「バン！ビッグな理論は射たれて死んだかも」とビッグ・バン理論の危機を報じたのです。現在の宇宙は星、銀河、銀河団とでこぼこしています。しかしビッグ・バンから今でも直接CMBという光が来ていて、宇宙がまだ赤ちゃんの頃を直接見ることができるとがわかっていました。問題はCMBをいくら見てもどこも全く同じだったことです。赤ちゃんの宇宙ではどこも全く同じだったのに、今の宇宙はどうしてこんなにでこぼこなのか。宇宙の構造はビッグ・バン理論では説明できませんでした。

ジョージは赤ちゃんの宇宙にも構造の種があったことを示そうと気の長い探索を始めました。スパイ偵察機を使ったり、気球をジャングルになくしたり。NASAを説得して彼の作った装置をCOBE（コービー）という人工衛星に載せることになりました。そして20年近い探索の結果見つけたのです。宇宙には赤ちゃんの頃から構造の種があったのですが、想像を絶する程小さなものでした。100mの深さの海に1mmの

さざ波があるのと同じです。このさざ波が周りの暗黒物質を重力で引っ張って集め、ついには巨大な津波に成長して銀河を造ったのです。ジョージはビッグ・バンを救っただけでなく、宇宙論を科学として確立しました。

私たちIPMUでは彼の足跡を追っています。宇宙の研究は古代ギリシャの哲学者がしていたこととは全く違い、科学の一分野となりました。そしてこの研究は沢山の人を巻き込むドラマで、共同研究や競争、間違いをしたり徹夜をしたり。そうして今までの宇宙の歴史を観測や実験で明らかにして、宇宙の将来を予測したいのです。こんなわくわくする科学の研究に参加できることはとてもラッキーなことだと思っています。



# 一 数学者の青春の夢

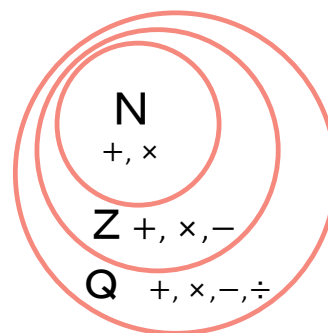
## §1 クロネッカーの青春の夢

数学に「クロネッカーの青春の夢」と言う言葉があります。クロネッカーは19世紀後半に活動したドイツの数学者です。文献によると、彼は1845年22歳でベルリンで学位を取った後、亡くなった伯父の銀行と農場を引き継ぎその経営に成功していましたが、30歳頃、数学への思いを断ちがたく代数方程式の研究で数学に復帰します。クロネッカーの青春の夢とは、その頃彼が抱いていた代数方程式と楕円関数論とが精妙に交叉する数学の一連の予想を指すものと思われます。本稿では彼の抱いていた夢を説明しながら、それが現代の僕たちの夢にどうつながるのか解説します。

## §2 自然数 $\mathbf{N}$ 、整数 $\mathbf{Z}$ そして有理数 $\mathbf{Q}$

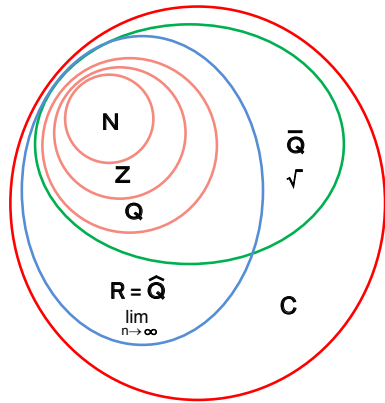
まずはその説明のために数の体系の復習から始めます。以下では数学の用語や記号が現れます。はじめは一般の読者向けに高校で習った数学程度で理解できるように解説します。しかし、紙数に制限があるため途中から段々説明なして現れる数学用語が増えてきますが、ご容赦ください。分からなくなったら途中を読み飛ばして、§9「クロネッカーの定理=代数的数と超越関数の間の最初の接点か?」と§10「新たな夢」を読んでください。数学用語はわからなくても、おぼろげながら「新たな夢」がどんなものか感じ取っていただければ幸いです。また、文末に置いた註はもう少し数学的な内容を知りたい読者向けのものです。関心のある方はご覧下さい。

一つ、二つ、三つ、と物を数えるときに出てくる数のことを「自然数」といい、その全体を  $\mathbf{N}$  と記します。それは素朴には1から始まって順番に並び、有限回のステップで到達できる数です。すべての自然数について成り立つ命題を証明しようとするときは、高校でも習うような数学的帰納法が使われます(このことは、厳密に「ペアノの公理系」で説明されますが省略します)。 $\mathbf{N}$  の要素(つまり自然数)の間には足し算と掛け算が定まりその結果再び  $\mathbf{N}$  の要素となることは帰納法で証明できますが、引き算はできません。例えば  $2-3$  はもはや自然数ではありません。自然数より広い数の体系 $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ では、減法も定まりそのような数を「整数」と呼び、整数全体を  $\mathbf{Z}$  と記します。 $\mathbf{Z}$  では加減乗法が定まったのですが、未だ割り算はできません。例えば  $-2/3$  は整数ではありません。このように二つの整数の比  $p/q (q \neq 0)$  として表せる数を「有理数」といい(特に整数は有理数)その全体を  $\mathbf{Q}$  と記します。有理数は加減乗除ができる数の体系です。(正確に言うと0で割ることは考えません。)数学ではその様な体系を『体』と呼びます。これまでの数の体系の拡張を図式で示すと次のようになります。





それでは有理数体  $\mathbb{Q}$  で世界を測れるでしょうか。答えは“no”です。有理数体では未だ二つの操作、(1)代数方程式を解く、(2)数列等の極限となる数を考える、に関して閉じていないのです。以下の§3と§4、§5ではそれぞれの視点に立って、 $\mathbb{Q}$  の二通りの拡張、 $\bar{\mathbb{Q}}$  と  $\hat{\mathbb{Q}}$  を考え、§6 でそれらを総合するものとして複素数体  $\mathbb{C}$  を考えます。



### §3 代数的数 $\bar{\mathbb{Q}}$

有理数だけでは「世界を測る」ことができないことに既に古代ギリシャ人は気づいていました。例えば、短辺の長さが1となるような直角二等辺三角形（図1）の斜辺の長さは  $\sqrt{2}$  で表されますが、それが有理数でないことを彼らは知っていました。この  $\sqrt{2}$  を記号  $x$  で表すと、関係式  $x^2 - 2 = 0$  を満たしています。一般に未知の数  $x$  を含む多項式の関係式  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$  (ここで  $a_0 \neq 0, a_1, \dots, a_n$  は係数と呼ばれる既知の数) のことを「代数方程式」と呼びます。有理数を係数とする代数方程式を満たすような数  $x$  を「代数的数」と呼びます。例えば  $\sqrt{2}$  は代数的数です。ところで、高校で2次方程式 ( $n=2$  の代数方程式) の解法を習いますが、一般的な解は§6 で出てくる複素数であることをご存じと思います。  $n \geq 2$  の代数方程式は複素数の範囲で解をもつことが知られています。有理数を含む代数的数の全体を  $\bar{\mathbb{Q}}$  と記します。 $\bar{\mathbb{Q}}$  では加減乗除ができるので体となります。更に、代数的数を係数とする代数方程式の解はまた代数的数になることは容易に示せます。このような  $\bar{\mathbb{Q}}$  の性質のことを、数学では、 $\bar{\mathbb{Q}}$  は『代数的に閉じている』といいます。(代数

的に閉じていて  $\mathbb{Q}$  を組み込んでいる  $\bar{\mathbb{Q}}$  のことを『 $\bar{\mathbb{Q}}$  は  $\mathbb{Q}$  の代数的閉包である』といいます。) この  $\bar{\mathbb{Q}}$  は複雑精妙なそして魅力的な体系ですが、今日の数学を以てしてもその完全な理解からはほど遠いものです。では  $\bar{\mathbb{Q}}$  のみで世界を計れるのでしょうか。この問は数学基礎論に関わる問題を引き起こしますが、ひとまず別の視点からの数の体系の拡張を考えましょう。

### §4 実数 $\mathbb{R}$

ヨーロッパ近代のニュートン、ライプニッツに始まりベルヌーイ、オイラーと続いた解析学は未知の数や関数 ( $y = \sin(x)$  のように変数  $x$  に好きな数を代入するとそれに応じて  $y$  の値が決まるとき、 $y$  は  $x$  の関数であると言えます) を既知の数や多項式の列を使って近似するという概念を生み出しました(註1参照)。それとほぼ同じ時期に日本でも関孝和らに始まる(特に建部賢弘 [たけべ・かたひろ] による) 和算ではある種の逆三角関数や円周率  $\pi$  (の自乗) 等を級数でもって近似するということが研究されました。建部自身は「自分は関先生のように純粋ではないから一挙に対象を直感的に代数的に捉えることができない。自分は偏駁(へんぱく、純粋ではないこと)であり、下等と評された泥臭い複雑な計算を行ってきた」という意味のことを述べていますが、むしろ建部は彼の師匠の関の持ち味であった代数的世界を超えて、解析(級数)により初めて到達することができる数や関数を把握したと言わべきでしょう。今日ではこのように有理数で『いくらでも近似できる』数のことを「実数」と呼び、実数の全体を  $\mathbb{R}$  と記します。(いくらでも近似できることを『解析的である』と言います。) 無限小数で表示できる数(例:円周率  $\pi = 3.141592\dots$ ) は明らかに実数です。その逆も真なので(つまり、実数であれば無限小数で表示できます)、小学校以来学校で学ぶ数は実数ということになります。

有理数でない実数のことを「無理数」と言います。 $\sqrt{2}$  や  $\pi$  は無理数です。日本の和算家達もこのような実数の近似計算を膨大にソロバンを以てやっており、高い計算力の技術を競い合っていたようです。他方ソロバンの大きさ

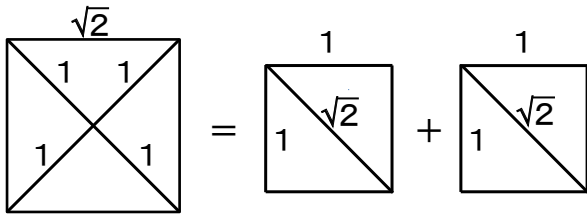


図1 対角線の長さが2となる正方形を考える。その面積は図のように分割して並べ直すことにより2となることが分かる。従ってもとの正方形の一辺の長さは $\sqrt{2}$ となる。

は有限であるのに、実数は一般に無限に近似しなければ到達し得ないという矛盾を論理的にどのくらい突き詰めて考えたのかはよく分かりません。(日本にはユークリッド流の論理的に突き詰める伝統は未だありませんでした。)現代でも、コンピュータで実数を取り扱うときは同じ問題に遭遇し、注意深い扱いが必要です。他方、この『いくらでも近似できる』という言葉の意味をハッキリさせようとした人たちには、古くはギリシャのアルクメデスや、フランスのコーシー、ドイツのデデキントやその同時代人のカントールらがあり、今日では実数の体系  $\mathbf{R}$  はそれらの人たちの仕事により記述されるのが普通ですが、本稿ではその説明は省略します。しかし、カントールが見つけた途轍もないやっかいな問題(註2参照)に見られるように  $\mathbf{R}$  の理解は、 $\bar{\mathbf{Q}}$  の理解とは別種の更なる難しさが加わります。

## §5 代数的数 $\bar{\mathbf{Q}}$ 対 実数 $\mathbf{R}$

余談ながら、僕の見るところ、多くの数学者は  $\mathbf{R}$  の理解に連なる仕事をしているか  $\bar{\mathbf{Q}}$  の理解に連なる仕事をしているように見えます。多少、数の問題を考えたことのある数学者はそれぞれ独自の思い入れがあるように見えます。もう何年も前のことですが、現代最大の数学者と目されるドリーニュと研究会で一緒になった際話をしていて、実数の連続性が話題になりました。その時彼が「実数は難しい。我々はその理解から程遠い」と嘆かれているのを見て不思議な感動を覚えました。思うに、 $\bar{\mathbf{Q}}$  にはまだ、絶対ガロア群と呼ばれる理解する手掛かりがあるのに比べて(註3参照)、 $\mathbf{R}$  は収束級数すべてという、(無理数の有理数近似の理論はあるものの)未だに捕らえる手掛かりの少ない対

象だからでしょう。この問題にはまた後で戻ってきましょう。

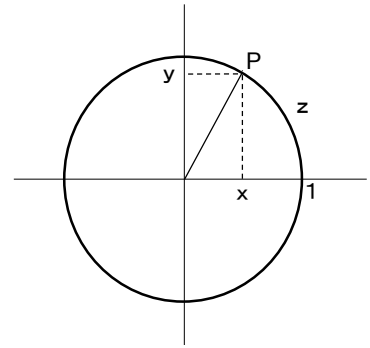
ところで、 $\mathbf{Q}$  の代数的閉包を  $\bar{\mathbf{Q}}$  と記したように、本稿では  $\mathbf{R}$  を  $\mathbf{Q}$  の解析的(又は超越的)閉包という意味で  $\hat{\mathbf{Q}}$  (つまり  $\mathbf{R} = \hat{\mathbf{Q}}$ ) とも記すことにします(註4参照)。

## §6 複素数 $\mathbf{C}$ の不思議

$\bar{\mathbf{Q}}$  の代数的に閉じているという性質と  $\mathbf{R} = \hat{\mathbf{Q}}$  の極限操作で閉じているという性質とを兼ね備えた体が複素数体と呼ばれるもので、 $\mathbf{C}$  と記します。高校でも習うので詳しい説明は省略しますが、二つの実数  $a, b$  を記号  $i$  を用いて加え合わせた  $z = a + bi$  なる表示を持つ数  $z$  が「複素数」です(ここで  $i$  は虚数単位と呼ばれ関係式  $i^2 = -1$  を満たしています)。 $\mathbf{C}$  では不等式はもはや成立しませんが、絶対値  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$  を用いることにより二つの複素数  $z_1$  と  $z_2$  の間の距離が  $|z_1 - z_2|$  で計れ、従って、近似の概念や極限の概念が成立します。その意味で、 $\mathbf{R} = \hat{\mathbf{Q}}$  と書いたのと同様、 $\mathbf{C} = \widehat{\mathbf{Q} + \mathbf{Q}i}$  と書けます。他方、 $\mathbf{C}$  は代数的に閉じている(従って  $\mathbf{C}$  は  $\bar{\mathbf{Q}}$  を含む)ことはガウスにより示されました。(その証明は何通りもありますが、いずれも本質的には複素数の積がもつ「等角性」という絶妙な性質を用いており、そこに複素変数の解析関数論が生まれる萌芽が見られます。しかし、本稿では深入りしません。(註5の文献参照。)これで、複素数体という安定した数学的な対象に到達しました。それより少し早く、18世紀に活躍したオイラーは複素数変数で見ると、これまでばらばらに見えていた三角関数と指数関数が  $e^{iz} = \cos(z) + i \sin(z)$  という驚くべき美しい関係(特に、 $e^{i\pi} = -1$ )で結ばれていることを示しました。このように、数学の巨人のガウスやオ

図2 半径 1 の円周上の点  $P=(x, y)$  を考える。  
 円弧  $\widehat{1P}$  の長さ  $z$  は積分  

$$z = \widehat{1P} = \int_1^P \sqrt{dx^2 + dy^2} = \int_1^x \frac{|dx|}{\sqrt{1-x^2}}$$
 で与えられる。すると  $z$  と  $x$  の関係は、  
 $x = \cos(z)$  で与えられる。



イラーらの仕事により複素数の数学の中での役割は不動なものになったと言えます。他方、宇宙を観測するとき直接見えているのは実数であるにもかかわらず、例えば電磁気学のように複素数を用いてはじめてその本質が解明できる物理理論が次々と生まれており、現代の量子力学の記述には複素数は不可避です。何とも不思議なことです。

さて、 $\bar{Q}$  に入らない複素数を「超越数」と言います。つまり、代数的数でない複素数は超越数です。円周率  $\pi$  は超越数であることが1882年リンデマンにより、オイラーの関係式  $e^{i\pi} = -1$  及び次項で説明をする解析関数  $\exp(z) = e^z$  の有理関数近似の理論を用いることで証明されています。§3 の終わりで述べた問いに立ち返れば、世界を測るには代数的数だけでも足りないということになります。しかし、 $C$  には  $R$  同様、註2で述べた問題がついて回り、全ての複素数が必要なのか、それともその中の薄い部分集合のみで良いのか(註7の後半を参照)、複素数全体を必要とするならその役割は何なのかという疑問は続きます。

## §7 有理関数、代数関数、解析関数

さて、これまで数の体系について長々と解説してきましたが、それは単なる歴史の回顧趣味からではなく、現代の数学者にとっても非常に現実的な問題だからです。一つには既に述べたように、 $\bar{Q}$  や  $R$  それ自体が未だ未解明の深い数学的問題を抱えているからですが、もう一つには、数学の新しい体系を構築をしようとする時、ここで述べてきたような数の概念の発展の形が繰り返し繰り返しモデルとなるからです。例えば、複素数  $z$  を変数とする多項式の全体 ( $C[z]$ と記す) を考えることにします。 $C[z]$ の要素ど

うしの間に加減乗算はできますが、商演算(割算)はできません。そこで二つの整数の商  $p/q$  で有理数を考えたのと同様に、二つの多項式の商で  $P(z)/Q(z)$  のように表せる関数を「有理関数」と呼び、それら全体を  $C(z)$  と記すことにします。すると  $Q$  から  $R$  を作った時と同様に、有理関数でいくらかでも近似できるような関数(複素変数  $z$  に関する「解析関数」というものが考えられます(正確には変数  $z$  がどの範囲を動くときどういう意味で収束するかを指定する必要がありますが、省略します)。その極限関数の全体は巨大で特に名前もないのですが、 $R$  を  $\hat{Q}$  と記した記号法をまねて  $\hat{C}(z)$  と記すことにしましょう。思うに、 $\hat{C}(z)$  の理解が  $R = \hat{Q}$  や  $C = \hat{Q} + Qi$  の理解を助けるのではないかと期待します。それは  $R$  や  $C$  の要素は数列の極限という、とっかかりの少ない対象であったのに対して、 $\hat{C}(z)$  の要素は「変数」 $z$  という手掛かりがあるからです。必要に応じて、その変数  $z$  に好きな値を代入するという自由度もあります。(例えば、 $e^{i\pi} = -1$  という関係は解析関数という視点に立って初めて発見されたのです。)

なお、「代数関数」とは、 $A_0(z), A_1(z), \dots, A_n(z)$  を  $z$  の多項式とすると、 $w$  についての方程式  $A_0(z)w^n + A_1(z)w^{n-1} + \dots + A_{n-1}(z)w + A_n(z) = 0$  の解として定まる  $z$  の関数  $w$  のことを言います。代数的数でない数は超越数であることのアナロジーとして、有理関数  $\rightarrow$  代数関数  $\rightarrow$  解析関数という拡張において、 $\hat{C}(z)$  の元の中で代数関数にならないもの(有理関数は代数関数に含まれます)を「超越関数」と言います。そこで、§5で考えていた  $\bar{Q}$  と  $R = \hat{Q}$  との対比を拡張して、以下では  $\bar{Q}$  と  $\hat{C}(z)$  との対比を考えることにします。すなわち、代数的数 対 超越関数という図式を考えます。

Feature

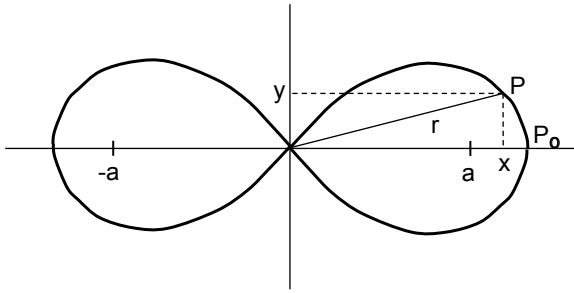


図3 レムニスケート曲線  
 $(x^2+y^2)^2 = 2a^2(x^2-y^2)$  (但し、 $a$  は正の実数) は  $x$  軸上の 2点  $\pm a$  からの距離の積が一定な  $a^2$  となる点  $P$  の軌跡として特徴付けられる。その弧  $P_0P$  の長さは積分

$$z = \widehat{P_0P} = \int_{P_0}^P \frac{dr}{\sqrt{1-r^4}}$$

で与えられる。その逆関数  $r = \varphi(z)$  が楕円関数となる。

## § 8 超越関数と周期積分

超越関数の例として著名なものにガンマ関数  $\Gamma(z)$ 、リーマンのゼータ関数  $\zeta(z)$  などがあります。既に見た指数関数  $\exp(z)$  や三角関数は、ある意味で有理関数に引き続き現れる最初の初等的超越関数と言えます(註6参照)。

その意味を少し説明します。円弧の長さは積分  $z = \int_{\sqrt{1-x^2}}$  で求まります(図2)。その積分で定まる対応(写像)  $x \rightarrow z$  の逆写像  $z \rightarrow x$  が三角関数  $x = \cos(z)$  になっているのです。別の言い方をすると円(二次曲線)の弧長積分の逆関数として三角関数が求まったというわけです。高校でも学ぶように三角関数は  $2\pi$  を周期とする周期関数で加法公式を満たしています。そのことから円の弧長の積分を周期が  $2\pi$  の周期積分と呼びます。また、加法公式から円弧を自然数  $q$  等分した点の位置座標は、 $q$  次の代数方程式を解くことにより得られることが分かります。それでは、円に代わって三次、四次曲線にしたら弧長積分はどうなるかは自然な問いと言えます。残念ながら本稿では全く述べられませんが、楕円関数論やアーベル関数論はそのような素朴な疑問から生まれた(しかし複素変数の理論として高度に発展した)周期積分の理論といって良いでしょう(註5の文献参照)。レムニスケート曲線(図3参照、ベルヌーイが見つけた)の弧長は積分  $\int_{\sqrt{1-r^4}}$  で与えられます。これが恐らく最初に研究された楕円積分で、ガウスを遡る100年前イタリアのファニャーノにより倍長公式が、その後オイラーにより加法公式が発見されたのです(ヤコビはそれを以て楕円関数論の開始としています)。その積分の逆写像がガウスの整数環  $\mathbf{Z} + \mathbf{Z}i$  を周期にもつという特別な楕円関数となります。

## § 9 クロネッカーの定理 = 代数的数と超越関数の間の最初の接点か?

今日「クロネッカーの定理」として次の二つが知られています(用語の説明は註3の文献参照)。

1. 有理数体の任意のアーベル拡大体は、指数関数  $\exp(2\pi iz)$  の変数  $z$  に有理数  $p/q$  を代入した値(要するに円周  $S^1 = \{z \in \mathbf{C} \mid |z| = 1\}$  の  $q$  等分点の座標のこと)を有理数体に付加することにより得られる。
2. ガウスの整数環  $\mathbf{Z} + \mathbf{Z}i$  の任意のアーベル拡大はそれにレムニスケート曲線の等分点の座標の値(それはレムニスケートに対応する楕円関数の特殊な値になっている)を付加することにより得られる。

クロネッカーの定理(本人は証明を書き残していない)は数論と超越関数論との入り交じった不思議な定理です。クロネッカーは、更にその先の虚二次代数体のアーベル拡大体は虚数乘法をもつ楕円関数の変換方程式の解を付加することにより得られるという命題の証明に生涯の最期を賭けたようで、彼が58歳の時に同じくドイツの同時代の数学者デデキント宛の手紙の中で「わが青春最愛の夢(mein liebster Jugend Traum)」と述べています。

クロネッカーはかなり好き嫌いの激しかった人のようで、有名な言葉に「整数は神が作られた。その他は全て人の仕事である。(Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk.)」があります。歴史の本には、クロネッカーはやはり同時代人のドイツの数学者カントールの集合論を徹底的に論難し、カントールはそれに悩まされて精神病院に入ってしまったとあります。クロネッカーのように数のもつ精妙な

構造を取り扱う数学と、コントロールのようにそのような構造を捨象してその捨象を徹底して行き着いた数学とは全くの対照的なものですが、どちらもその徹底ぶりに惹かれる僕にとってはその両者の不幸な関係には当惑するものです。ではクロネッカーは単純に  $\bar{Q}$  側の人かということ、それは全く逆で、彼の結果や夢は  $\bar{Q}$  と  $\widehat{C}(z)$  との微妙な接点について述べています。それは、まるで  $\widehat{C}(z)$  を理解することにより  $\bar{Q}$  が理解できることを示唆しているように見えます。次節では、それに触発された僕自身の夢を書いてみます。

## § 10 新たな夢

僕自身若いときにクロネッカー青春の夢で登場した二つの超越関数、即ち指数関数と楕円関数及びそれらを生み出した周期積分の理論に感動し、それらを高次元化することを目指してきました。

大雑把に言って、クロネッカーが見出したのは「有理数体  $Q$  を代数閉体  $\bar{Q}$  に迄拡大していく最初のステップ（即ち、 $Q$  や二次体のアーベル拡大等）は、有理関数体を超越関数体に拡大していく最初のステップに登場する指数関数や楕円関数の特殊値を  $Q$  に付加することにより実現できる」と解釈できます。裏付けもない話ですが、想像を巡らせて、「もっと一般の代数拡大(体)に対しても対応する超越関数(体)があり、その特殊値を付加することにより代数拡大が実現しており、さらには  $\bar{Q}$  での代数的拡大のヒエラルヒー（註3参照）は対応する超越関数間の“何らかのヒエラルヒー”（楕円関数を特殊化すると指数関数となるような）を引き起こしている」のではないかと想像します（註7参照）。するとそこに登場すべき超越関数とはどのようなものなのでしょうか。

僕の青春の夢は「そのような  $\bar{Q}$  と  $\widehat{C}(z)$  との間をつなげる超越関数や保型形式(の候補者の一部分)を円積分や楕円積分を一般化した原始積分と呼ばれる周期積分とその逆写像により与えること」です。そのために第一種楕円積分の高次元の一般化として原始形式とその周期積分の理論を提案してきました。もっと具体的には、a) 特異点の普遍変形（またはランダウ-ギンズブルク・ポテンシャル）

）に対し定まる原始形式を特徴づけるための半無限ホッジ理論（現在では非可換ホッジ理論と呼ぶ著者もいます）、b) 周期積分の逆写像の成分として得られる保型形式たちの空間の構造としての平坦構造（フロベニウス構造とも呼ばれる）の理論、c) 原始形式を（無限）可積分系の中で捕らえるために導入した種々のルート系や正規ウエイト系に付随する無限次元リー環（楕円リー環、カスプリー環、...）の理論、更には d) それらのリー環を圏論的にリングル-ホール構成するための導来圏の導入等々（いずれも未完成ですが）いろいろ考えてきました。不思議なそして驚いたことですが、最近これらの純粋に数学的動機で考えてきた諸構造の片鱗が、素粒子物理学やストリング理論の中にトポロジカル・ストリング理論あるいはランダウ-ギンズブルクモデルと呼ばれてほの見えてきたのです。元々数の体系を理解したいというこれらの試みが宇宙や物理学の理解にも役立つことを切に願うものです。

- 註1 有理数全体には大小関係が入ります。よって二つの数  $x$  と  $y$  の間の距離を  $|x-y| = \max\{x-y, y-x\}$  で定め、距離が小さいほど近いということにします。ある数  $x$  を数の列  $y_1, y_2, y_3, \dots$  が近似するとは  $|x-y_n|$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) が小さくなりいくらかでも  $0$  に近づくことと定義します。また、無限和（級数と呼ぶ） $y_1+y_2+y_3+\dots$  は数列  $y_n, y_1+y_2, y_1+y_2+y_3, \dots$  が  $x$  を近似する時  $x$  に収束すると言って  $x=y_1+y_2+y_3+\dots$  と書くことにします。例:  $\pi^2/6 = 1+1/2^2+1/3^2+\dots$  (ライプニッツ)。
- 註2 カントールは「集合  $N, Z, Q$  をして  $\bar{Q}$  はその構造を忘れてしまえば互いに  $1:1$  の写像が作れる一方、集合  $R$  はそれより真に大きい」ことを見出しました。このことは、無限集合の間でもその大きさの間に大小関係が成り立つことを意味しますが、それでは  $N$  と  $R$  の中間の大きさの集合があるのかという問題を残しました。カントール自身はそのようなものは無いという連続体仮説を提唱しましたが、今日では連続体仮説は集合論の公理から独立であることが示されています。即ち、我々は  $R$  の部分集合で  $R$  より真に小さく  $N$  より真に大きいものがあるのか否か知らないのです。
- 註3  $\bar{Q}$  は代数体と呼ばれる  $Q$  に代数的数有限個  $\xi$  を付加することによって得られる部分体  $Q(\xi)$  により埋め尽くせます。二つの代数体がその間に包含(拡大)関係  $Q(\xi) \subset Q(\eta)$  で或る適当な条件を満たしている、ガロア群と呼ばれる有限群  $\text{Gal}(Q(\xi)/Q(\eta))$  が定まります。そこでガロア拡大に対応するガロア群の射影極限  $\varinjlim \text{Gal}(Q(\xi)/Q)$  が絶対ガロア群と呼ばれています。絶対ガロア群は全てのガロア代数体とそれらの間の包含関係のなす「ヒエラルヒー(階層)構造」を記述しているといえます。またどんな代数拡大もそのガロア群がアーベル群か単純群になるような簡単な拡大(そのような体の拡大を本稿ではアーベル拡大、単純拡大と呼びます)の系列に分解することもよく知られています。参考文献: Emil Artin著: *Algebra with Galois Theory*, American Mathematical Society, Courant Institute of Mathematical Sciences, ISBN978-0-8218-4129-7
- 註4  $Q$  は註1で述べたアルキメデス的と呼ばれる距離以外に、 $p$ -進距離 ( $p$ は素数) と呼ばれる距離が入り、それに関する閉包  $Q_p$  と区別する必要があります。
- 註5 楕円積分を含む、アーベル積分等の周期積分に関する教科書として C.L.Siegel 著 *Topics in complex function theory*, Teubner (1970) を掲げますので、興味のある読者の一読を強くお勧めします。
- 註6 指数関数や三角関数は、ガンマ関数やゼータ関数とは(フーリエ双対となる)別系列の超越関数であることを補足しておきます。
- 註7 ここで述べた対応は非常に曖昧ですが、実二次体のアーベル拡大の場合についてはヒルベルトはある特別な保型形式がそのような役割を果たすであろうと示唆し、それに従い研究がされています。一般の場合にこのような対応を想像することに意味があるかは全く定かではありません。非アーベル単純群をガロア群とする代数拡大に対応して超越関数側で何が起きているのか、Moonshineなどいろいろ空想はできますが、今のところ数学的に意味ある命題を述べる材料はないと思います。もしそのような対応があれば、そこに登場する超越関数たち全体は  $\bar{Q}$  に対応しているという意味で超越関数全体の中では非常に薄い(集合論という濃度  $N_0$  [アレフゼロ] の) 集合になります。それらの関数は超越的とはいえず、何らかの意味でアルゴリズムで統制された特殊関数と言えます。コントロールの問題(註2) はそのような特殊関数やその特殊値たちのみを考えることで避けられるのでしょうか? また、数学物理学や宇宙の記述にとって必要な関数や数はその非常に薄い集合に入っているもののみで充分でないかと期待することは意味あることなのでしょうか。これらが§6の終りに問うた疑問です。気になることは沢山あります。

# Our Team

## 趙 元相

チョウ・ウォンサン 専門分野:理論物理学

IPMU 博士研究員

私が主に興味をもっているのは、高エネルギーの衝突実験とダークマターについて、標準模型を超える新しい物理の現象論的研究です。特に、ダークマターおよび新粒子の質量とスピンの測定は、新しい物理の理論モデルの検証と構築に対して系統的な方法を確立するという目標を有する、極めて重要性の高い研究課題です。私はIPMUで、LHC実験および今後の天体物理学的・宇宙論的観測の進展に伴い、新たに測定可能と



なる物理量と新しい物理の間の関係を見出すことに努めたいと思います。

## ヨハンナ・クナップ

Johanna Knapp 専門分野:理論物理学

博士研究員

弦理論は10次元の時空を必要とします。これが私たちの4次元の世界と接点をもつためには、10次元のうちの6次元が極めて微少なサイズに巻き上げられ、コンパクト化されなければなりません。そのコンパクト化された空間の構造が4次元の物理を支配します。現実的な弦理論を構築するには、余剰次元で起こることを理解することが必須です。私の研究の中心は、主としてコンパクト化された次元の数学的構造を調べる



ことと、異なるコンパクト化された弦理論を関係づけるミラー対称性のような「双対性」を探究することです。

## 西道 啓博 にしみち・たかひろ 専門分野:天体物理学

博士研究員

私は、大きなコンピューターシミュレーションを用いて、何百万もの銀河の織り成す宇宙の大規模構造について研究しています。特に、インフレーションと暗黒エネルギーという未知の機構により、我々の宇宙がこれまで二度経験したとされる、宇宙の加速膨張期についての情報を引き出すための方法論の構築に取り組んでいます。私は、近い将来の巨大な観測計画から得



られるデータを最大限に活かすべく、銀河の空間分布の統計的性質をこれまでにない高精度でモデル化することを目指しています。

## 田中 雅臣 たなか・まさおみ 専門分野:天文学

博士研究員

空に輝く星の中には、超新星爆発として華々しくその一生を終えるものがあることが知られています。しかし、その爆発のメカニズムは長年、謎に包まれています。私は大望遠鏡を用いて超新星の観測を行いました。その結果、爆発の謎を解く鍵となる、超新星の複雑な三次元構造が明らかになってきました。このような観測的研究の他に、観測データをより深く理解



するための数値シミュレーションや、より遠方宇宙(より初期の宇宙)での超新星の観測に興味を持っています。

## 山崎 雅人 やまざき・まさひと 専門分野:理論物理学

博士研究員

私は素粒子理論、中でも超弦理論を研究しており、関連した数学、素粒子現象論や宇宙論にも興味を持っています。最近の研究対象は、超弦理論や超対称ゲージ理論における状態の数え上げの問題です。この問題は、例えばブラックホールの微視的状态の理解、また弦理論の様々な双対性の理解のために極めて重要であり、我々はこの問題に厳密な答を与える新たな結晶の溶解模型を提唱し、その位相的弦理論との関連を明ら



かにしました。この研究は、多様体の不変量に関する新たな予言も与えており、数学者とも活発に協力しながら進められています。

Our Team



## IPMU Interview

# ジョージ・スムート教授に 聞く

聞き手: 杉山 直

IPMUは研究のために滞在したくなる場所です

**杉山** ではIPMU NEWSのインタビューを始めましょう。

**スムート** OK, 昨日はデエイミアン・イーサン、ポール・フランプトンと一緒に書いた、私たちのIPMUで最初の論文を投稿しました。論文の表題は「エントロピー的な加速膨張宇宙」です。宇宙の膨張が加速している理由は宇宙の地平のエントロピースクリーンが原因であり、地平を増大させればエントロピーも増大し、地平上で $TdS/dr$ という外向きの力が得られます。これは宇宙定数 $\Lambda$ と同じような結果を与えます。

面白いことには、最初昼食に行ってデエイミアンに会い、次にティータイムでポールに会ったのです。彼らはVerlindeの論文について話してくれました。私は一緒にその論文の勉強会をしようと

ジョージ・スムートさんは、カリフォルニア大学バークレー校で物理学教授とバークレー宇宙物理学センター長を務めています。また、2008年12月以来、韓国の梨花女子大学校に創設された初期宇宙研究所の所長でもあり、さらに2010年からはバリ第7大学の物理学教授も兼務しています。スムートさんは2006年にジョン・マザーと共に「宇宙マイクロ波背景放射の黒体放射スペクトルと非等方性の発見」によりノーベル物理学賞を受賞しました。このほか、2003年にアインシュタイン・メダル、2009年にエルステッド・メダルを受賞するなど、多くの輝かしい受賞歴があります。

言い、早速2/3を読みました。翌日、藤原交流広場でのティータイムで私は、重力を基本的な力ではなく、派生した力として説明しようとする人たち同様、ダークエネルギーを派生した力として説明するモデルを創るべきではないか、と言ったのです。そうやってダークエネルギーを導くべきなのです。するとポールが「直ちに論文を書くべきだ」と言いました。で、彼が書き始め、私も一つの章を受け持ちました。この論文は、まあ全体的に厳密というよりは直感的な議論なのですが、とにかく私のIPMUで書いた初めての論文です。

**杉山** IPMUで大事なことは、研究者の最大限の交流ですから、それは間違いなく最良の具体例の一つですね。IPMUについてどうお考えですか？

**スムート** IPMUがとても気に入りました。すごく大きくて立派です。これ程速く国際的に成長したことには本当に感心しています。こんな素晴らしい場所に滞在して研究したいものです。藤原交流広場というアイデアは特に気に入っています。

また昨日は、文部科学省の高官にお会いしました。私はIPMUが如何に良いモデルであり、また如何にしっかりとした基礎を築いたかをお話ししました。私がお話した中で大変重要だと思っているものの一つは一般市民との関係です。市民に発信し、支



持を得ることが大事ですが、それだけでなく、若者が科学者を目指すように励ますことも大事です。二、三日前に京都大学で講演しました。講演後、教授達数人との夕食会で、私はこう聞いたのです。「あなた方はなぜ物理学者になったのですか？」最初の答えは「私の少年時代に湯川博士がノーベル賞を受賞したのです。」でしたが、3人続けて同じ答えでした。その場のほとんどの人が、湯川秀樹博士が日本で非常に尊敬されていることに強く影響されたのです。彼らは同じように尊敬されたいという夢を持ち、湯川博士と同じ道に進んだのです。

**杉山** あなたは若者を宇宙論に導くのうってつけの人ですね。

韓国の初期宇宙研究所はIPMUのパートナー

**スムート** そうですね。実際、若者たちを励ましていますが、宇宙論だけでなく多くの面白い分野があると思っています。私がお会いした文部科学省の方はWPI拠点をもう一つ作ることを話していました。私がお話したことの一つは、IPMUの良い点は多数の学問分野から研究者を集めているということです。もしエネルギー、気候、合成生物学といった分野を考えているなら、非常に異なる学問分野からの研究者を集めることが必要でしょう。IPMUはこれらをどのようにまとめ上げるか、手本を示しています。

韓国でも私たちは同じようなアイデアをもっていました。研究棟のワンフロアの外周部に全研究者の研究室を配置し、中央に交流スペースを置いています。その壁は全部ガラスですが、部分的に磨りガラスにしてあって、黒板のように書くことができます。IPMUと似たアイデアですが、ずっと小規模です。

**杉山** どんな分野ですか？

**スムート** 初期宇宙研究所です。ですからIPMUのパートナーといえますが、規模ではIPMUの10分の1、予算もずっと少ない小規模のパートナーです。研究者の給料は大学で決められているので、それを超える給料を提示することはできません。助教授以上が10人で、あと2つポストがあり、ポスドクが10人います。結構な数ですが、IPMUとは比較になりません。明らかにIPMUの方が大きく、もっと国際的です。

**杉山** 外国から研究者を呼べますか？

**スムート** 一生懸命やっていますよ。韓国人はほぼ半数で残りは外国から来た研究者です。しかし、IPMUはこの点実にうまくいっていますね。一つには村山さんが非常に活動的なことによるものですが、外国人研究者が生活できる待遇を約束していることも理

杉山 直さんはIPMUの主任研究員の一人で、また名古屋大学大学院理学研究科の教授を務めています。



由の一つです。大抵のところはそういう便宜を図らないのですが、IPMUは外国からビジターを呼ぶにはどうするべきかはしっかり認識して、こういう良い宿舎を用意し、滞在費を出せるのは立派なものです。研究者は来てみたくなりますよ。いずれにせよ日本に来るのは興味のあることですが、IPMUはとても大きくて研究者もビジターも大勢いるので、多くの人たちと会うために訪ねてきたくなることです。実際、私はCERNやアメリカや中国や日本から来た、いろいろな人たちに会いました。本当に人が沢山いて、多くの話が聞けます。多すぎて全部の話を聞きに行けないほどです。

**杉山** まさにIPMUは国際的な研究拠点となる資質をもっています。これはとても重要なことです。

**スムート** そのとおり、明らかにその方向に向かっていきます。今は理論に非常な強みを発揮していますが、村山さんはすばる望遠鏡とHyper Supreme-Camによる観測に進もうとしています。私たちが韓国でやろうとしていることと同じですね。私たちはBigBOSS計画に参加するための調印を終えたばかりです。

**杉山** IPMUに助言することがありますか？

**スムート** IPMUはとてもうまくやっていると思いますよ。海外の研究者がもっと来るようにどんどん呼びかければ良いでしょう。

**杉山** どこか他の場所で研究者に会ったときに、IPMUを訪問するように勧めようという気になりますか？

**スムート** 私のポストドクにそう勧めて、既に3人IPMUを訪問しました。多分、今年中にと2、3人来ると思います。フランスでも同僚に話しました。私は彼らから村山さんに伝えるように頼まれたのですよ。フランスはIPMUと

の関係を構築したいと思っている。フランスの研究者はとても興味をもっています。

#### COBE-DMRはこうして始まった

**杉山** あなたがIPMUに好印象を持ってきていて、私たちはとても嬉しく思います。ここで歴史的なことに話題を変えたいのですが、あなたはいつ、どのようにしてCOBE(コピー)のDMR(差分マイクロ波放射計)チームを立ち上げたのですか？

**スムート** そうですね、私は最初、例えば宇宙に反物質があるか探索するような、宇宙論に関わる初期の実験をしていました。気球による宇宙線実験で反原子や反原子核を探したり、またガンマ線観測も行いました。

それから新しいもっと良い方法で実験することを考えて、ルイス・アルヴァレスに会いました。その頃彼がそういった分野全体の責任者だったのです。ポストドク4人で会いに行きました。彼はこう言いました。「次の実験に取りかかる前に、君たち全員がなすべきことは、君らのアイデアは沢山のアイデアの内のたった一つであると考えていることだ。他に何ができるか、何が既に発見されているのか、どんな新しい技術が現れているのか、どんな新しいアイデアがあるのか、よく調べてみなさい。なぜなら、君たちのできることが他にもあるのだから。」それからこう言ったのです。「君たち全員、1〜2ヶ月外に行って他に何ができるかを勉強して来なさい。」

そこで私たちはいろいろ調べてみました。考えたことの一つはコンプトンガンマ線望遠鏡でしたが、それがやっと可能になったのは最近のことです。またベータ崩壊スペクトルの終端を測定して

ニュートリノ質量を調べるアイデアもあり、それを実行した者もいました。我々がたどり着いた別のアイデアは、宇宙マイクロ波背景放射(CMB)を用いて宇宙の大域的な構造、物質ではなく、宇宙の幾何学と温度の構造がどのように見えるか調べることでした。私にはそれが本当にやる価値のあることに思えました。私たちは研究を始めるための小規模の資金を得て小さな電波受信機を作り、最初屋根の上で、次に高い山の上で試験しました。どこで実験できるかを調べるためです。そうして私たちは「気球を上げて実験しなければならない」と言ったのです。

**杉山** いつのことですか？

**スムート** 70年代です。その後私たちは偵察機U2を利用することを思いつきました。これは良い方法で、実験装置が気球のように落下して壊れずにちゃんと戻ってくるからです。気球で飛ばすと実験装置はいつも何らかの被害を受けて、次の飛行可能な時期に飛ばすために修理が必要で、そんなに何度も飛ばすことができないのです。運が良くて年に2回、平均的には年1回です。しかし、私たちは天球をできるだけ広く観測したかったのです。飛行機を使えば繰り返し観測できます。私たちは提案書を書き、やがて採択されました。そこで私たちは、2方向の差を測定する「差分マイクロ波放射計」として知られている装置を作りました。私たちはその技術の開発を進め、U2の実験からCMBの非等方性の双極子成分(CMBに相対的な地球の運動によるもので、宇宙論的起源によるではない)を発見しました。CMBの本来の非等方性に関しては、それまでより良い上限が得られましたが、私たちはこれを改善するため差分マイクロ波放射計

を冷却して気球で実験することを決めました。実験装置をコンパクトにするには高い周波数で測定することが必要で、その結果、大気の揺らぎによる影響を避けるためもっと大気の薄い高空で観測することが必要だったので。こうして観測する波長を1cmから3mmに変えて、宇宙の構造形成にダークマターが必要となるほどのもっとずっと厳しい上限を得ました。

しかし、この気球実験以前なのですが、私はNASAに実験提案書を出しているのです。70年代末近くで、衛星搭載実験の大々的な公募がありました。プリンストン大学、MIT、ゴダード宇宙飛行センターのグループと、その後ジェット推進研究所(JPL)のグループもCMB測定の実験提案書を出したことが分かりました。全天のマップを作るのに、私の提案では別の種類の高速度走査法を用いるものでした。プリンストン、MIT、ゴダードの提案は主として絶対温度を測定するものでしたが、プリンストンの実験に基づいて全天のマップを作る部分もありました。3つの提案は全部1次審査をパスしましたが、JPLと私の提案は小さな衛星に適していました。もう一つはいろんなものを含んでいたので大きな衛星に適しており、そのときは赤外線天文衛星(IRAS)に組み込まれることになりました。その後IRASには問題が起きて彼らの提案ははじき出されてしまったのです。そこでブレゼンをしたのですが、結果ははっきりせず、NASAが私たちの提案を選ぶのか、統合しろと言われるのか確信が持てませんでした。しかし、当時私たちの提案はJPLの提案よりやや高く評価されたことははっきりしていました。

IRASからCMBの測定部分をはじき出したときにNASAは「CMB実験の一つの衛星に統合してCOBEと呼び、後回しにすることにする。」と言いました。そうして後になって順番に加えられたのです。プレゼンで私の実験デザインが評価されたので、私が非等方性測定実験チームの代表者になりました。スペクトルの測定実験の方はジョン・マザーのデザインが採用されました。その後、IRASからはじき出された計画の中からもう一つが加えられました。とにかく3人の代表者が指名されてチームを構成したのです。一時立ち止まった後、わくわくするような新しい分野を探して回り、測定するための方法を見出し、測定装置を試作し、測定法を習得し、そして提案をして採択される、というようにして一連の出来事が始まったのです。

**杉山** なるほど。それで、あなたはCOBEの成功の鍵は技術とお考えですか、それとも科学的な考え方でしょうか。

**スムート** 両方だったと思います。私たちにはアイデアがありました。私には共に働いてくれる有能なスタッフがいました。それは私が科学的に優れた実験のデザインについて知識を持っていたためかもしれません。何を測定したいのか、何が最も重要な科学的目的なのか、はっきり言わなければなりません。そこから必要な条件がはっきりし、その条件を満たす装置を作ることが必要となり、そして測るべきものを測れるのです。何をしたいのかははっきりさせること、そのために必要な経験を積むこと、それから一緒に働く有能なスタッフを持つこと、これが成功の鍵でした。

エキサイティングな科学はあっという間に進む

**杉山** CMBの揺らぎを見つけたとき、何を感じましたか？

**スムート** それについては本に書きました。見つけたときは皆飛びついて、急いで解析したりしました。それが何か知りたかったのです。私は「だめだ、チーム全員でこれが本当かどうか示すことに集中しなければならない。もしそれが本当だと言ったら、途端に君らは系統的な誤差があるかどうか調べるのをやめてしまうのだから」と叫び続けました。私のすべきことは、全員が「もしかしたらこれは間違いかもしれない。よく調べよう」と考え続けるようにすることでした。私はチームの多数が誤差をチェックする難しい仕事をしているのに、周りを見たら他の同僚達がデータ解析で楽しんでいる、ということは好まなかったのです。皆が平等に仕事を分け合いたかったのです。

1992年4月23日にCOBEチームは、ワシントンD.C.で開催されたアメリカ物理学会の年会でCMBの非等方性の発見を発表しました。一連の講演を行い、それが済んだ後記者会見を行いました。そして、信じられないほど大量に報道されたのです。村山さんに聞けば話してくれるでしょう。彼は1991年に大学院を終え、その後パークレーに来たのですが、多分COBEが理由のはずです。

**杉山** 私も同じです。COBEの発見の1年後、1993年にパークレーに行きました。

**スムート** それから私たちはCMBの音波としての振動スペクトルの第1ピークを見つけようとしてMAXおよびMAXIMA気球実験を開始しました。WMAP衛星はCMBの音波振動スペクトルを精

度良く観測するように設計されたものです。WMAP計画は迅速に進んでいたにもかかわらず、実際は音波振動スペクトルのピークはずっと前に気球実験によって見つけられてしまったのです。エキサイティングな科学はあっという間に進むということがよく分かるでしょう。

あの頃は驚くべき、爽快な、しかしまたとても疲れた時代でした。論文を書きながら、全てをチェックしながら、ちゃんとやりつづけたのですから。

**杉山** でもうらやましいですね。夢が叶ったのですから。

**スムート** その通りです。たいていの人はそれが何を意味するか実際は理解していなかったのです。事実、当時の理論の論文を見てみると、そのデータから宇宙論のパラメーターを決められるというアイディアは全く新しいものでした。調べることができることは幾つかありましたが、もっと後の1993年から1994年になってやっとどのようにして $\Omega$ やあれやこれやを決められるかという論文が見られ始めたのです。私はスペクトルからでも多少のことはできるということを知ってはいたのですが。

**杉山** それは私たちが実際にパークレーでやったことです。では最後の質問ですが、将来の宇宙論についてどうお考えでしょうか。私たちが進むべきはどの方向でしょうか。

**スムート** 私たちは宇宙について今や大域的には良く理解できたと思います。全体的な姿についてある程度認識しています。私たちが今やろうとしていることは、全ての観測データと全ての理解していることを総合し、私たちが現在見ている地図が描けるかどうかを調べることです。それには天体物理学の研究者、宇宙論の

研究者、素粒子物理の研究者、巨大なシミュレーションのやり方を知っている研究者が必要です。また、宇宙の異なる段階を知っている研究者、数学を知っている研究者、計算機の得意な研究者、モデルをテストし、何が起きているか調べるため、実験データをどのように解釈するかを理解している研究者が必要なのです。私は、IPMUはこの新段階に対して好位置を占めていると思います。IPMUは研究者の交差点を提供するのであります。ただし、宇宙論の基本的な問題に挑戦し続けなければなりません。

**杉山** とてもうまく締めくくっていただきました。ありがとうございました。

# フォーカスウィーク：物性と素粒子の対話

青木秀夫 あおき・ひでお

東京大学大学院理学系研究科教授

大栗博司 おおぐり・ひろし

IPMU主任研究員

押川正毅 おしかわ・まさき

東京大学物性研究所教授

高柳 匡 たかやなぎ・ただし

IPMU准教授

笠 真生 りゅう・しんせい

カリフォルニア大学バークレイ校博士研究員

自然現象を理解するために理論物理学者が開発した数学的道具は、異なる分野で思いがけない応用を持つことがあります。超伝導の理論を素粒子論に応用し、陽子の質量の起源を説明した南部陽一郎が2008年にノーベル物理学賞を受賞したのは記憶に新しいところです。

超弦理論は素粒子の究極の統一理論の最有力候補であり、IPMUの主要研究テーマのひとつでもあります。IPMUニュースの2009年9月号では、超弦理論の最近の重要な進展である「ホログラフィー原理」について解説しました。<sup>1</sup> この考え方は、物性物理学においても、高温超伝導の機構の解明などにつながるのではないかと注目されています。<sup>2</sup> また、超弦理論の基礎としても発展した「共形場の理論」は、量子ホール効果やカーボンナノチューブの理解に応用され、量子コンピュータの理論でも重要な役割を担っています。

IPMUと物性研究所は隣接しており、セミナーなどを通じた交流も行われています。また、IPMUの高柳匡は、物性物理学者である笠真生と共同で、ホログラフ

イー原理を使ってトポロジカルな絶縁体や超伝導体を理解しようとしています。今回の会議は、このような学際交流をさらに深め、互いの分野の進歩を促進するために、素粒子論研究者2名と物性理論研究者3名を組織委員とし、物性研究所の協賛を得て開かれました。

世界各地から素粒子論6名、物性理論6名の著名研究者を講演者として招聘しました。ホログラフィー原理の量子臨界現象や量子流体への応用については、この分野の開拓者であるダム・ソン（ワシントン大学）を始めとして、ショーン・ハートノル（ハーバード大学）、シャミット・カチュル（カリフォルニア大学）、ホン・リュウ（マサチューセッツ工科大学）、シラツ・ミンワラ（タタ研究所）など気鋭の研究者が最新の研究成果を発表しました。トポロジカルな絶縁体や超伝導体の理論では、アレクセイ・キタエフ（カリフォルニア工科大学）、ニコラス・リード（エール大学）、シャオガン・ウェン（マサチューセッツ工科大学）、ショウチェン・ザン（スタンフォード大学）、藤本聡（京都大学）などの世界的な権威が集結しました。また、ポ



ルカー・ショメロス（ドイツ電子シンクロトロン研究所）による共形場理論の厳密解の講演は、物性研究者に強い刺激を与えました。会議の最後を飾ったのは、エドワード・フラドキン(イリノイ大学)の講演でした。

招待講演者のうち4名には、異分野向けの入門講義もお願いしました。一般講演の公募も行い、素粒子物理学者7名、物性物理学者6名が選ばれて、各々30分の講演を行いました。また、会場の周りには参加者の研究発表のためのポスターが張り巡らされました。

パネル討論会では、物性物理学者と素粒子物理学者がお互いに問題を提起し、その問題の意義や解決の方向を議論することで、異分野の交流を図りました。ここで出された問題 —「IPMUの宿題」— は、整理して日本物理学会誌に発表する予定です。パネル講演会の前には、宇宙背景放射のゆらぎの観測で2006年にノーベル物理学賞を受賞したジョージ・スムートが、天体現象の背後にあるさまざまな物性現象を解説しました。宇宙の研究により、自然界の法則の発見を目指すIPMUにおける国際会議にふさわしい講演でした。

素粒子論と物性理論の接点の活発な研究状況を反映して、会議には約200名の参加者が集まり、IPMU史上最大の国際会議となりました。そのうち約40名は、海外12カ国の研究機関からこの会議のために来日しました。参加者のインフォーマルな議論を促進するために、2時間の昼休みのほかに、1日3回のお茶の時間を設けました。IPMU3階の藤原交流広場では、参加者が夜更けまで熱心に議論をする様子がみられました。異分野の研究者と直接交流をして、問題意識を共有する貴重な機会であったと思います。新たな共同研究の芽もいくつか現れたようで、今後の発展が楽しみです。

このように大規模な国際会議が開催できたのは、IPMU事務部門の皆さんの並々ならぬ努力のおかげでした。この場を借りて感謝の意を表します。

（記：大栗博司）

<sup>1</sup> 大栗博司：「重力のホログラフィー」、IPMU News, Vol. 7, September 2009.

<sup>2</sup> Eric Hand: *String theory hints at explanation for superconductivity*, Nature, 19 July 2009.

## 2月23日にIPMU研究棟竣工記念式典挙行

IPMU研究棟の竣工を記念して、2010年2月23日(火)に記念式典と祝賀会が開催され、来賓および学内関係者など約150名が出席しました。研究棟の中心部である3階の藤原交流広場を会場として行われた式典は、東京大学音楽部管弦楽団の弦楽四重奏を合図に開始されました。村山機構長の喜びと感謝のスピーチに続き、東京大学の濱田純一総長が挨拶され、IPMUへの期待を述べられるとともに、東京大学が設立を検討中の「高等研究所」のひとつにIPMUを位置づけ、学内における恒久化と一部の教員ポストのテニュア化を図るとの決意を表明されました。(村山機構長と濱田総長のスピーチは<http://www.ipmu.jp/ja/node/643>をご覧ください。)その後、文部科学省科学技術・学術政策局の岡谷重雄科学技術・学術戦略官とWPIプログラムディレクターの黒木登志夫日本学術振興会学術システム研究センター副所長に祝辞をいただき、また、設計者の大野秀敏東京大学新領域創成科学研究科教授が、この研究棟の設計にあたり「研究者達のコミュニケーションを誘発する『力のある場所』としての魅力を追求」したことなどを紹介されました。



祝賀会は、研究者、職員などIPMU関係者で構成される「IPMU室内管弦楽団」と東京大学音楽部管弦楽団の共演で、グスタフ・ホルストの組曲「惑星」より「木星」の演奏が行われるなど、厳かな式典とは打って変わり和気藹々とした雰囲気で盛会でした。



## IPMU佐藤勝彦主任研究員、平成22年度日本学士院賞を受賞

2010年3月12日、日本学士院からIPMU主任研究員の佐藤勝彦特任教授を平成22年度日本学士院賞受賞者に決定したことが発表されました。受賞理由は、力の統一理論に基づき、誕生直後の宇宙が加速的に急激な膨張(インフレーション)を起こし、その後熱い火の玉となったという理論を世界に先駆けて提唱した功績「加速的宇宙膨張理論の研究」です。

## 前田啓一氏が日本天文学会研究奨励賞受賞

2010年1月23日にIPMUの前田啓一特任助教が「超新星爆発構造の理論・観測的研究」により2009年度日本天文学会研究奨励賞受賞者に決定したことが発表されました。超新星からの放射の理論計算の手法を開発し、すばる望遠鏡などの観測により超新星爆発構造を突き止めた功績によるものです。日本天文学会2010年春季年会中の3月25日、通常総会で受賞式が執り行われました。

## IPMU梶田隆章主任研究員、第1回戸塚洋二賞受賞

2010年2月14日に平成基礎科学財団から、東京大学宇宙線研究所長でIPMU主任研究員を兼ねる梶田隆章氏が第1回戸塚洋二賞受賞者に決定したこと

が発表されました。この賞は、ニュートリノ実験または非加速器素粒子実験、あるいは関連する理論研究において優れた成果をあげた研究者を表彰するため新たに設けられたものです。受賞理由は「大気ニュートリノ振動の発見」で、スーパーカミオカンデ実験において故戸塚洋二氏と共に指導的・中心的な役割を果たし、ニュートリノ質量の存在と、弱い相互作用のレプトン混合の存在を世界で初めて発見した功績によります。受賞式は2010年3月21日に行われました。

## 田中雅臣博士研究員、東京大学総長賞を受賞

IPMUの田中雅臣博士研究員が「超新星爆発の観測的・理論的研究」により平成21年度東京大学総長賞を受賞しました。すばる望遠鏡を用いた観測的手法と、数値シミュレーションを用いた理論的手法によって、爆発が複雑な三次元構造をしていることを明らかにし、そのメカニズムの解明に新たな道筋を開いた功績を評価されました。受賞式は2010年3月24日に行われました。

## レゲット教授の東京大学名誉博士称号授与式・記念講演会

IPMUの招待で来日されたイリノイ大学のサー・アンソニー・J・レゲット教授に、東京大学より名誉博士称号が授与されました。本学や日本の学術文化、特に物理学の発展と教育への顕著な貢献に対するものです。レゲット教授は、液体ヘリウム3の超流動現象を理論的に解明した功績により、2003年にノーベル物理学賞を受賞しています。2010年3月12日に東京大学本郷キャンパスの小柴ホールを会場として授与式と記念講演会が行われました。講演後には、理学系研究科とIPMUの共催で、レゲット教授と学生及び若手研究者らとのティータイム・ディスカッションが催されました。

## 多摩六都科学館でサイエンスカフェ「宇宙」開催

2010年1月から3月にかけて、東京都西東京市の多摩六都科学館で、IPMUと

同科学館の共催により2009年に引き続き2回目となる「サイエンスカフェ『宇宙』」が開催されました。今回は、1月30日(土)に杉本茂樹特任教授が「ひも理論の奇跡：究極の物質像をめぐって」、2月20日(土)に高田昌広特任准教授が「宇宙の黒幕『暗黒物質』を探せ!」、3月6日(土)に村山斉機構長が「宇宙のしわと種」と題し、講演を行いました。この企画は参加者との交流を重視するもので、前回同様、参加者は和やかな雰囲気で講師との対話を楽しんでいました。

#### 高校生のためのサイエンスキャンプ「現代数学と現代物理学の遭遇」開催

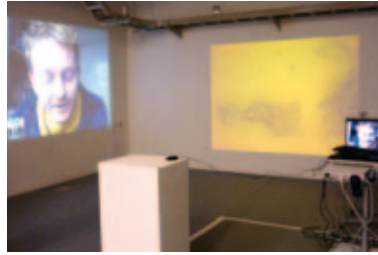
2010年3月23日-25日の3日間、IPMU研究棟の1階セミナー室を会場として、高校生のためのスプリングサイエンスキャンプ「現代数学と現代物理学の遭遇」が開催されました。サイエンスキャンプは、JST(科学技術振興機構)が受け入れ機関を公募し、採択された研究機関の第一線で活躍する研究者が高校生に対して3日間直接指導を行い、交流を深めるプログラムです。IPMUでは、数学者の土屋昭博特任教授がリーダーとなって提案した標記のテーマが採択されました。全国から応募して選ばれた20名の高校生が3日間寝食をともにしながら数学の講義を受け、IPMU研究者のティータイムにも参加しました。受講した高校生から「学校の授業とは違う数学の世界を見ることができて、とても楽しかった」「多くの友達ができ嬉しかった」などの感想が寄せられました。



#### IPMUアート展「Searching for the Other Physics」

2010年2月3日から27日まで、IPMU関係者の親睦団体「IPMUアーツサイエティ」が研究棟1階でアート展示

「Searching For the Other Physics」を開催しました。柏キャンパスの学内者向けでしたが、25日と27日には一般公開も行われ、50名ほどの一般客が訪れました。内容は、数学・物理・天文分野で宇宙に迫るIPMUの研究にインスピレーションを受けたアーティストたちによる絵画や映像などの共同展示で、初日には、オープニングレセプションとアーティストによる作品説明があり、出品者の一人でイギリス在住のアーティストとのビデオ会議での接続による作品解説も行われました(写真)。



#### ワークショップ： F-理論と楕円曲線ファイバー

2010年1月4日-8日の5日間、IPMUにおいて「ワークショップ：F-理論と楕円曲線ファイバー」が開催されました。F-理論とは超弦理論の定式化の一つであり、低エネルギーでの物理的帰結を導くには楕円曲線ファイバー構造を持つカラビ・ヤウ多様体の数学を駆使する必要があります。そこで物理から数学へまたがる各分野の専門家を集め、アイデアの交換と、この境界領域分野での研究の進展を促進することを目的としました。

#### フォーカスウィーク： 物性と素粒子の対話

2010年2月8日-12日にIPMU研究棟1階大講義室において「フォーカスウィーク：物性と素粒子の対話」が開催されました。詳しくは36-37ページをご覧ください。

#### ワークショップ： Geometry of Lattices and Infinite Dimensional Lie Algebras

2010年3月17日-19日にIPMU研究棟において「ワークショップ：Geometry of Lattices and Infinite Dimensional Lie

Algebras」が開催されました。

#### 今後の研究会 Workshop on Recent Advances in Mathematics at IPMU, 2

2010年4月5日、6日の2日間、IPMU研究棟において「Workshop on Recent Advances in Mathematics at IPMU, 2」が開催されます。

#### 今後の研究会 CL J2010: 巨大銀河形成から暗黒エネルギーまで

2010年6月28日-7月2日の5日間、IPMU研究棟においてIPMUとDENET(暗黒エネルギー研究国際ネットワーク)による国際研究会「CL J2010: 巨大銀河形成から暗黒エネルギーまで」が開催されます。銀河団は宇宙最大の自己重力系ですが、この研究会では、どのようにして銀河団中心に存在する巨大銀河が形成されてきたのかという問題から、銀河団の統計量を用いて可能になる暗黒エネルギー探査の可能性まで議論する予定です。

#### 人事異動

IPMUの主任研究員、佐藤勝彦特任教授が2010年4月1日付けで大学共同利用機関法人自然科学研究機構の機構長に就任されます。これに伴い3月31日付けで主任研究員と特任教授を退任しますが、4月1日からIPMUの客員上級科学研究員として、今後も研究に参画されます。また、次の3名のIPMU博士研究員が転出しました。括弧内はIPMU在任期間です。

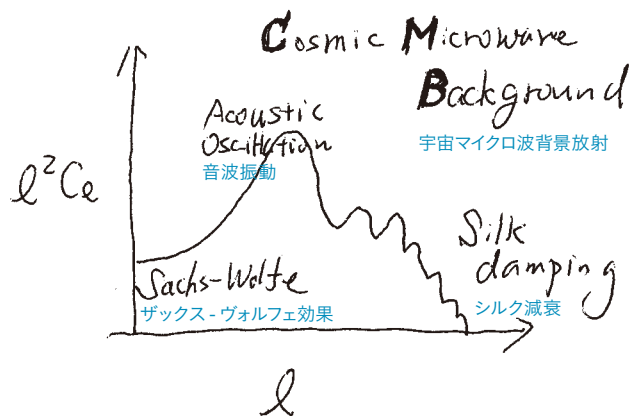
Jan Schuermannさんが米国ボストンのマサチューセッツ総合病院の研究員に(2008年9月19日-2010年2月28日)、Dongfeng Gao(高東峰)さんが中国科学院武漢物理・数学研究所の研究員に(2009年5月1日-2010年3月31日)、高見一さんがドイツのマックス・プランク物理学研究所の研究員に(2009年4月1日-2010年3月31日)それぞれ転出されました。



## 宇宙マイクロ波背景放射の温度揺らぎ

杉山 直 IPMU主任研究員

ビッグバンの証拠である宇宙マイクロ波背景放射の空間的な温度揺らぎがCOBE（コービー）衛星によって発見されたのは1992年のことでした。この成果により、G. Smootさんはノーベル物理学賞を受賞しています(32ページ参照)。温度揺らぎは、宇宙初期の量子効果によって生成され、音波としての振動や重力による効果、拡散などの物理的な効果を受け、観測されます。図は、温度揺らぎの典型的な大きさを縦軸に、そのサイズを横軸（大きなサイズが左、小さなサイズが右）に取ったものです。この揺らぎのサイズや大きさの理論的な予想と、観測を比較することで、宇宙を構成する物質の量や空間の曲がりなどが明らかにされました。また初期宇宙に迫る手がかりも得られるものと期待されています。



$$\ddot{\Theta}_0 + k^2 c_s^2 \Theta_0 = -\frac{k^2}{3} \Psi - \ddot{\Phi}$$