

時空の次元：或る理論物理学者の思考

理論物理学者であることの魅力

読者の皆さんは、物理学者と聞いてどのような人を思い浮かべるでしょうか？ やはり白衣を着て実験室にこもって、なにやら怪しげな装置をいじっている人でしょうか？ 映画「バック・トゥ・ザ・フューチャー」での博士（ドク）は、そのようなイメージの典型かもしれません。

私は物理学者の端くれですが、実はそのような物理学者ではありません。白衣はもう10年近くも着ていませんし、試薬を使うこともありません。毎日たくさんの時間をパソコンで仕事をしたり、人と話したりして過ごしていて、普通の意味での装置を作って実験することはありません。そう、私は「理論物理学者」なのです。

理論物理学者の仕事は、その名前が示すように「物理理論」を作ることです。物理理論とは、大まかに言って、この世界の様々な自然現象の本質を統一的に記述する理論的な枠組みのことです。

私のような理論物理学者は自分で実験することができないので、自分で理論を作ったとしてもそれを自分で最終的に検証することはできません。この意味で、物理学の研究においては実験と理論とが助け合って進んでいくものです。

理論家が実験屋に頼らなければならないというのはしばしば正しいですが、一方で理論家には、理論家ならではの強みもあります。実際に実験装置をつかっ

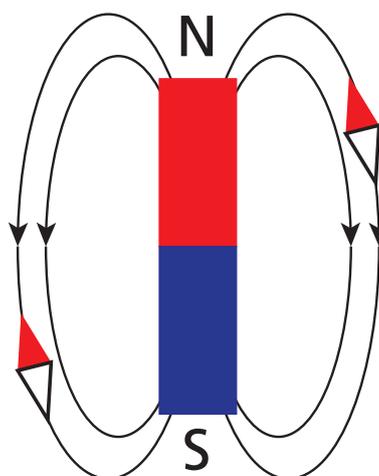


図1 磁石があると、その周りに電磁場が作り出され、その効果によって周りの物質に影響を及ぼす。例えば、方位磁針の向きが変わる。

て現象を構成しなくとも、頭の中でそのような状況を自由自在に考え、考えを深めていくことができます。紙とペン（と時には計算機）さえあれば、コーヒーションの片隅でも、宇宙の始まりから微細な素粒子の振る舞いに至るまで、心の赴くままに思考できること、この自由さは、理論物理学者であることの魅力の一つではないかと思います。

このような自由な思考の例として、私がどのような理論を考えているのか、そしてそれを使ってどう楽しむことができるのかを説明してみましょう。

まずは簡単な例から始めましょう。みなさんは、磁石の周りに鉄くずを置くと、鉄くずが綺麗な模様を示すということを学校で学んだのではないのでしょうか。物理学の言葉では、まず磁石を置くと、その周りの空間の各点に向きを持った「磁場」がつくられます(図

1)。そして、そこに鉄くずを置くと、その磁場の効果によって鉄くずが模様を示すと理解します。もちろん、磁石を動かすと、それに伴って磁場も変化し、鉄くずも移動する。これはちょっともったいぶって言い換えると、磁場と鉄くず、この二つの異なる物理系が独立ではなく、「相互作用している」ことになります。

それでは、鉄くずの代わりに別の金属、あるいは別の物質を使ったらどうでしょうか？ 物質の種類によっては、磁石にとっても強く引き付けられるものもあれば、逆に全く引き付けられないものもあります。これは、先ほどの言い方で言えば、相互作用の強さが物質によって異なることになります。

実際の物質では、磁石との相互作用の強さを変えることは容易ではありませんが、理論家は相互作用の強さを自由自在に変えることができる仮想的な物質を考えることができます。相互作用の強さがゼロの時は磁場と物質の二つの系は全く独立の物理系ですが、相互作用を強くしていくに従って二つの系はより強い影響を及ぼしあうことになります。

理論家は一般化して考える

理論家（の一部？）は一般化して考えるのが好きなので、この状況をもっと一般的にしてみましょう。まず、磁場に複数種類が存在するとしましょう。また、物質場にも複数種類が存在するとしましょう。これは、電磁気学がちょっと一般化されたような状況です。

ここでは、簡単のため異なる種類の電磁場の間には直接の相互作用はないものとしましょう。ただし、これは直接の相互作用がないというだけで、物質を通じて相互作用することは起こるかもしれません。つまり、一つの種類の電磁場がその周りの物質場に変化を引き起こし、この変化が今後は別の電磁場の変化を引き起こすのです。このように一般化された状況では、全ての電磁場と物質場は複雑に相互作用し、その振る舞いを正確に理解することはより難しい問題になります。

このように、電磁場と物質場が複雑に相互作用する

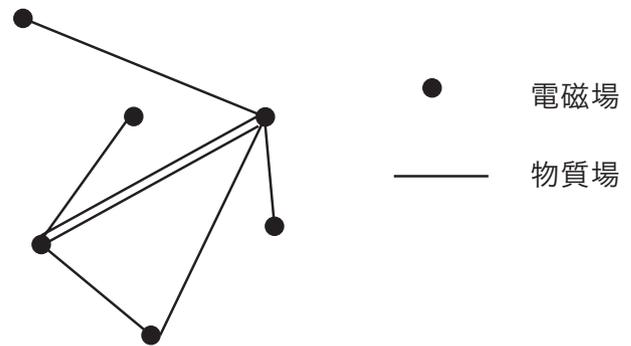


図2 電磁場及びそれと相互作用する物質の種類を表したグラフ（筋グラフと呼ばれる）。頂点は電磁場の種類を、辺はその電磁場の下で変換する物質場を表す。

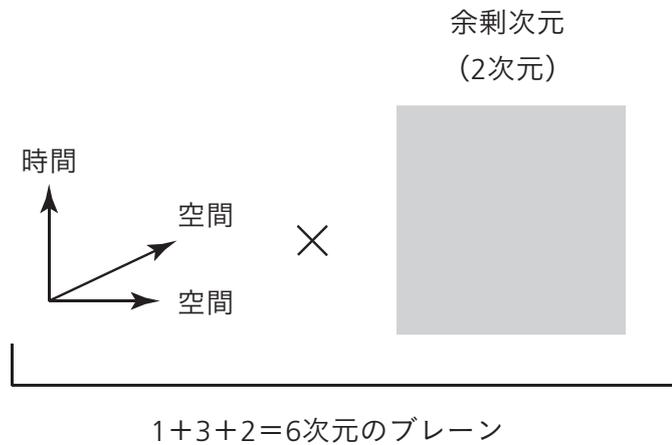
理論の構造を表したものとして筋（えびら）ダイアグラムと呼ばれるグラフ¹があります（図2）。このグラフにおいては、頂点は電磁場を表しており、その間をつなぐ線は、その二つの頂点に対応する電磁場と相互作用する物質場を表しています（ですから、電磁場に沢山種類があっても、物質場はそのうち2種類としか相互作用しないことになります）。このように、グラフさえ与えられれば、理論家に対応する物理系（筋ゲージ理論）を考えることができます。グラフは小さな子供でも書けます。しかし、僕のような理論家はそこから複雑な物理系を想像でき、その性質について思いを巡らすことができるのです。

ここまで、グラフを複雑な理論を覚えておくための道具として導入してきました。しかし、物理学では、しばしば様々な数学的道具の「物理的意味」が問題になります。グラフは単なる道具なののでしょうか、それとも単に道具を超えて、グラフにもっと物理的な実体としての意味をつけることはできないのでしょうか？

ちょっと考えると、それは無理な相談のように思えます。何と言っても、グラフが住んでいるのは、我々の知っている時間や空間とは全く別の空間、あの世の世界のようなものだからです。我々が線を書くと、それはあくまで物質の種類を覚えておくためのもので、我々の知覚する3次元空間を何かの粒子が線に沿って動いているわけではありません。

¹ より正確には、向き付きのグラフを考えるが、ここではそれは問題にしない。

図3 我々の時間1次元、空間3次元の他に、余剰次元2次元が存在し、図2のグラフはその余剰次元方向に存在すると考える。この時、合計の時空の次元は $1+3+2=6$ となり、それは6次元のブレーンと呼ばれる超弦理論の膜上に実現される。



しかし、「あの世」が実際にあったとしたらどうでしょう？「あの世」でのグラフが、我々の世界の物理理論を記述しているとしたらどうでしょう？

超弦理論と余剰次元

面白いことに、私の研究している超弦理論という分野においては、この抽象的な「あの世の」方向を、「余剰次元」として理解することができます。余剰次元というのは、我々が考えているような空間三つ、時間一つの他に、小さいけれども見えない「丸め込まれた」空間方向が存在するという考えです。超弦理論においては、我々の世界での様々な性質（例えば、物質の種類）が、この余剰次元での様相に置き換えて理解できるのです。

いま、膜ダイアグラム（グラフ）は2次元平面に書くのが自然なので、そのような余剰次元は（少なくとも）二つ存在することになります。つまり、次元の数は全部で $3+1+2=6$ あることになり、6次元の世界を考えることになります（図3）。

超弦理論では、6次元的に広がった膜（ブレーン）が自然に存在します。² この6次元のブレーンを2次元の余剰次元方向に巻きつけてやり、その大きさがとても小さいとすると、4次元分が残ることになります。この残りの4次元部分は我々の4次元時空（時間1次元、

空間3次元）にあたります。そして、2次元の膜ダイアグラムは2次元理論の空間にあらわれます。このように考えてみると、グラフの構造は、2次元分の余剰次元の方向に、ブレーンがどう広がっているかを表していることとなります（図4）。³ 実は、このことは、実際に、ブレーンの形を詳細に調べてやると、基本的には正しいことがわかります。筆者が修士論文で詳しく調べたのはまさにこのことでした。⁴

6次元などと突飛なことについてコーヒーショップの片隅で考えられるのは理論物理学者の楽しみの一つですが、どうせならもっと突拍子もないことを考えてみましょう。仮に我々の3つの空間方向のうち、一つの大きさをだんだん小さくしていき、ついにはとても小さくなったとしましょう。この時、我々は最終的に空間2次元（例えば、紙の上）に閉じ込められてしまうこととなります。

空間が2次元しかない歩道橋も飛行機もなくなって色々不便ですが、ここではそのことを忘れて、先ほどのグラフに何が起こるか考えてみましょう。グラフの方向は元々2次元で、これは余剰次元が二つあったからでした。空間が3次元から2次元になった時、

² 専門的には、これらはD5ブレーンやNS5ブレーンと呼ばれています。ここで5というのは空間次元の数のことです。

³ より正確には、二つの余剰次元の方向には2種類のブレーンが存在し、グラフはそれらがどう交わるかを表現しています。

⁴ M. Yamazaki, Fortsch. Phys. 56 (2008) 555-686, arXiv:0803.4474 [hep-th].

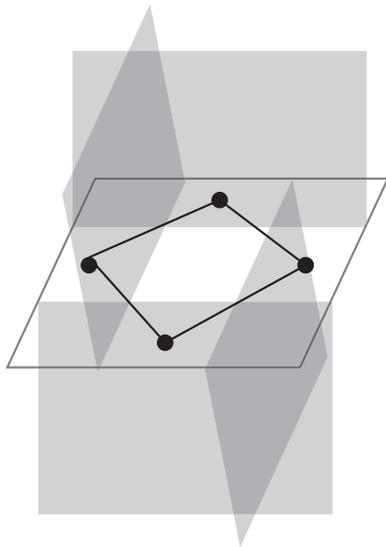


図4 超弦理論における6次元のブレン（この図では水平方向の白い平面）が、種類の異なるブレン（垂直方向の灰色の平面）と複雑に交差する。2次元余剰次元方向に描かれていたグラフは、このブレンの交差の仕方を表したものである。

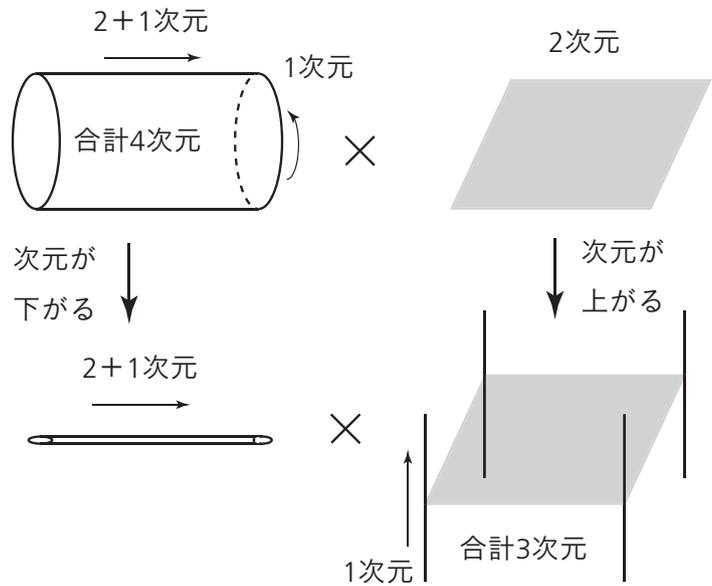


図5 元の設定（上側）では、合計4次元の我々の良く知っている時空と、余剰次元2次元分で合計6次元になっていた。今、我々の3つの空間方向の一つを丸めあげ、とても小さくすると、我々の知っている時空は時間1次元、空間2次元の合計3次元に減ってしまう。しかし、そのかわり、余剰次元の次元は一つ増え、合計3つの余剰次元が現れる（下側）。この時、合計の次元は6のまま変化しないことに注意しよう。図の左側では次元は減るが、対応する余剰次元の側（右側）では次元が上がるという興味深い現象が起こっている。

余剰次元が一つ増えたので、余剰次元は3つになります。つまり、2次元のグラフが3次元のグラフに置き換わるのです（図5）。この主張は、より数学的に精密な主張として定式化することができます。⁵

自由な発想は理論物理学者の喜びであり、誇りである

改めて考えてみると、これはものすごいことです：6次元理論の片側（我々の世界）では、4次元時空から3次元時空へと、次元が下がって窮屈になりました。ところが、逆側（余剰次元の世界）では、空間2次元から空間3次元へと次元が上がって、散歩に行ける方向が増えたことになります。超弦理論の世界では、次元という根本的な概念についても色々と思議なことが起こるのです。

我々は素朴な電磁気学から出発してグラフと余剰次元にたどり着き、さらには我々の世界とあの世の次元をめぐるドラマにまでたどり着きました。これらは、理論研究者達が自分の頭で思考し、また別の研究者と議論する中で生まれてきた成果です。この自然界を理解することは容易ではありませんが、幾多の挫折にも関わらず、理論家が考えるのをやめることはありません。自由な発想を通じて、自然界を理解しようとする人類の営みにささやかながらも貢献できること、そのことが理論物理学を研究する我々の喜びであり、誇りなのです。

⁵ M. Yamazaki, JHEP 1205 (2012) 147, arXiv:1203.5784; Y. Terashima and M. Yamazaki, Phys. Rev. Lett. 109 (2012) 091602, arXiv:1203.5792.