

## 量子重力と量子情報

空間や時間の性質を理解することは物理学に多くの革命をもたらしてきた。古くは、デカルトに帰される事の多い座標系の導入、それはガリレオ等の貢献を経てニュートン力学の完成につながった。そして20世紀初頭には、アルベルト・アインシュタインが空間と時間がある意味で統一する特殊相対性理論を提唱した。この理論によれば空間と時間は密接に関係しており、例えば光速に近い速さで動く物体の長さが縮んだり、時間が遅れたりという現象を引き起こす。現在ではこれらの効果は実験で精密に測られており、疑う余地はない。この時間と空間を統一的に扱う「時空」という概念は、現代物理学において今日に至るまで基本的な役割を果たしている。

時空の極めて重要な性質の一つは、特殊相対性理論の成立から約10年後、アインシュタイン自身によって明らかにされた。この一般相対性理論と呼ばれる理論によれば、時空とは通常座標系と言ったときに想起されるような固定的なものではなく、曲がったり歪んだりできる動的なものだとされる。そしてこの時空の曲がりや歪みこそが、我々が重力と呼ぶものの正体であることが示される。例えば太陽と地球の間の重力は、太陽の存在がその周りの時空を歪めることによって生

じる。地球はその歪んだ空間を進むために、太陽の周りを回る運動をすることになるのである。

この時空に関する画期的な理論は一つの重要な予言をする。それは、時空が動的であるためにその歪みが物質の存在と独立に伝搬し得るということである。例えば、ブラックホールなどの重い天体が激しく動いた時には、時空は大きく攪乱される。そしてその効果は、時空の歪みの波となって元々の天体から遠く離れた所へと伝搬して行くことができるのである。この時空の歪みの波は重力波と呼ばれ、一般相対性理論の成立からほぼ100年後の2016年に初めて直接検出された。これは実験的に極めて重要な発見であり、その業績に対して2017年のノーベル物理学賞が与えられた。

### 量子重力理論

ここまで見てきたように、我々の空間や時間に対する認識はここ数百年の間に大きく変わってきた。しかし、実はこれで終わりでないことははっきりしているのである。それは、我々の住む世界が量子力学に従っていることによる。

量子力学とは、20世紀初頭に原子などのミクロな

世界を調べる過程で発見され、後に我々の世界を支配する基本的な原理であることが明らかになった法則である。量子力学は数々の奇妙な予言をする。例えば、電子などの物質は一般に一つの場所に存在することはできず、その存在場所は確率的に広がっている（この広がり通常とても小さいので、日常生活で我々がそれを直接知覚することはできない）。また、二つの世界を確率的に重ね合わせたりすることも可能である。これらは我々の感覚からするととてつもなく変な現象であるが、この理論の正しさは実験で繰り返し確かめられてきた。それらの実験の精度は近年飛躍的に向上し、現在では量子力学の予言はその詳細にいたるまで極めて精密に確認されている。さらには、量子力学の原理を積極的に利用した従来とは全く違う能力を持つコンピューター（量子コンピューター）の開発も進められている。

話を時空に戻そう。一般相対性理論はニュートンの重力理論からの微細なずれ、重力波の存在、果ては宇宙膨張の予言に至るまで、現在までの観測を全て矛盾なく説明する。この理論の我々が現在観測し得るスケールでの正しさは、ほぼ疑いようがない。しかし、一般相対性理論には我々の住む世界の基本原理であるはずの量子力学の効果が入っていないのである。これは実験的に喫緊の問題というわけではない。時空の量子効果が直接重要になってくるスケールは理論的に評価でき、それはプランク長と呼ばれる長さ、約 $10^{-33}$  cmである。これは現在最先端の加速器で探索された最小の長さよりも約16桁も小さい。では、時空の量子効果を考えるのは意味のない事なのであろうか？

理論的にはそうでないと言える数々の理由が存在する。その一つは無量大の問題である。量子力学と一般相対性理論は折り合いがあまりよくない。我々のスケールでの重力理論が一般相対性理論であるとする、時空や重力に対する量子効果が重要になってくるプランク長以下では、理論に無数の無量大が現れ予言可能性が失われてしまう。これは、時空や重力の量子効果を含む完全な理論を手に入れるためには、ただ単

に一般相対性理論と量子力学を一緒に考えればよいわけではないことを意味している。この問題を解決するための現在最も有望な理論は超弦理論と呼ばれ、その構造や帰結は多くの研究者によって精力的に調べられている。

時空や重力の量子力学的理論（一般に量子重力理論と呼ばれる）を研究するもう一つの理由は、それが時空に関して革命的な知見をもたらすからである。以下本稿でも紹介するように、量子重力の効果はプランク長のみで重要になるわけではない。それどころか、ブラックホールの物理やマルチバース宇宙論といった長距離での物理にも決定的になることが分かってきたのである。しかもこの比較的最近の進展は、個別に発展してきた量子重力理論と量子情報理論という二つの分野を統一した新たな研究領域を作り出そうとしている。以下では、それを大まかに概観してみようと思う。

## 時空の量子力学とホログラフィー原理

始まりはブラックホールの物理であった。一般に重力理論では、物質の密度がある限界を超えて大きくなるとそれによって引き起こされる強い引力のため、そのまわりの領域から何ものも逃れられなくなるという現象が起きる。この領域の境界を事象の地平面と呼び、その内側がブラックホールである。

ブラックホールに関しては、以下のような不思議な性質が知られていた。一般相対性理論では、ブラックホールの事象の地平面の総面積は減少しないという事実である。例えば、ブラックホールが物体を飲み込んだときには、その表面積は増大する（以後、ブラックホールの表面積といった場合には事象の地平面の表面積を意味する事とする）。また、二つのブラックホールが合体して一つになったような場合には（この現象は2016年の重力波の検出で実際に観測された!）、最終状態のブラックホールの表面積は必ず始状態の二つのブラックホールの表面積の和と同じかそれより大きい（図1参照）。

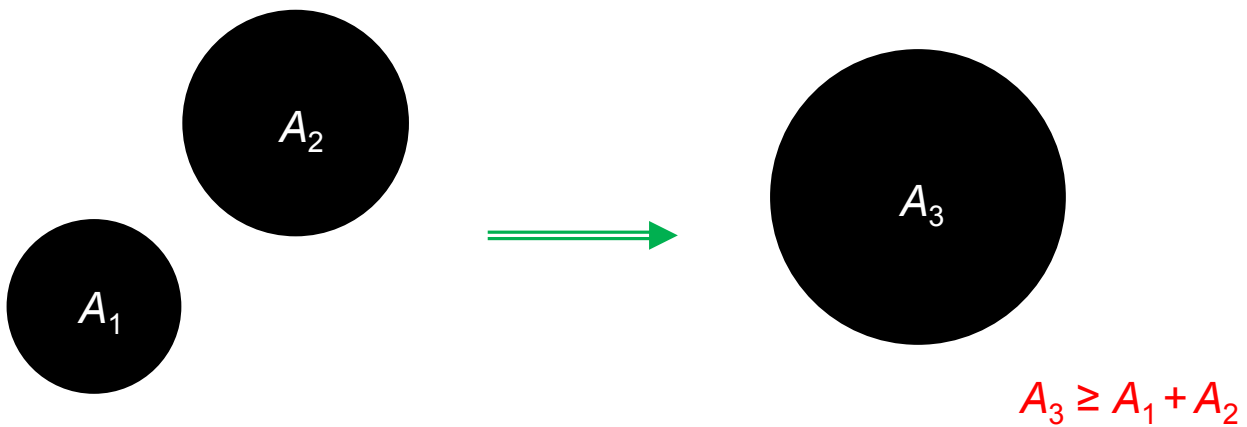


図1 2つのブラックホールが合体してできた終状態のブラックホールの表面積 ( $A_3$ ) は、元々のブラックホールの表面積 ( $A_1$ と $A_2$ ) の和と同じかそれより大きい。

このことの決定的な重要性は、1973年のヤコブ・ベッケンシュタインの革命的な論文で明らかにされた。ベッケンシュタインは、ブラックホールに物を投げ込んだ時に物理量にどんな事が起こるかを考えた。エネルギーに関しては明らかである。投げ込んだ物質が持っていたエネルギーはブラックホールの質量になり、エネルギー保存則は保たれる。しかし、エントロピーに関してはどうだろうか？熱力学の第二法則によれば、エントロピーは減少しないはずである。しかし、投げ込んだ物が持っていたエントロピーは、物がブラックホールに吸収されることによって、一見なくなってしまったように見える。これは、熱力学の第二法則が破れたことを意味するのだろうか？

ベッケンシュタインが1973年の論文で唱えたのは、物の持っていたエントロピーはブラックホールのエントロピーに変換されたのだということである。では、ブラックホールのエントロピーとは何であろうか？彼は、事象の地平面の面積がそれであると提唱した。事象の地平面の面積の総和は減少しないという性質を思い出してほしい。これはまさにエントロピーが満たすべき性質である。実際にブラックホールのエントロピーをこのように定義すると、物をブラックホールに投げ込んだ時の終状態のブラックホールのエントロ

ピーは、元々のブラックホールと物体のエントロピーの和と同じかそれより大きいことを示すことができる。

この、ブラックホールがエントロピーを持つというアイデアは、当初、懐疑的に受け取られた。もしブラックホールがエントロピーを持つなら、熱力学の第一法則から温度も持たなければならない。しかし、温度を持っているならば輻射を放っているはずである。ブラックホールからは何も出られないのではなかったのか？しかしこの一見した矛盾は、1974年にスティーヴン・ホーキングが一般相対性理論に量子力学の効果を入れた計算をすることにより解決された。ホーキングが使ったのは完全な量子重力の理論ではなかったが、それでもブラックホールが量子効果によって実際に輻射を放出することを示すことができた。これによってブラックホールの熱力学は確立した。

ここで奇妙なのは、ブラックホールのエントロピーがその表面積で決まっているという事である。ブラックホールというのはあらゆる物質の最終状態であるから、ブラックホールのエントロピーは「その領域が取り得る最大のエントロピー」を示しているはずである。現代の我々は、エントロピーというものはシステムが取り得る可能な量子状態の対数で与えられることを知っている。もし空間というものが通常の物体のよ

うに単純なつづつで構成されているならば（例えば空間を一边がプランク長の格子で近似できたりするならば）、ある領域の最大のエントロピーはその体積に比例するはずである。しかしベッケンシュタインとホーキングの発見は、それが領域の表面積に比例すると言っているのである。

これは重力を含む量子理論においては、基本的な自由度の数は一見した空間の次元よりも一つ少ない次元の分しか存在しないということを意味する。例えば、我々の住む空間は三次元だが（ここでは小さな余剰次元は無視する）、これを記述する「真の理論」は空間二次元プラス時間一次元の世界で定式化されるということである。こんなことが可能なのは、もし空間の各点（例えばプランク長の格子の交点）に物質を詰めていこうとすると、それが埋まるはるか前にブラックホールができてしまい、さらに物質を足すことはブラックホールを大きくすることにしかないからである。つまり我々の空間に三次元分の自由度があるというのはフィクションに過ぎないのである。

この、量子重力理論は一見した時空よりも低次元で定式化されるという概念は、ホログラフィー原理と呼ばれる。そして、そうやって定式化された理論では、見かけの自由度と真の自由度の数の乖離はないため重力は存在しない。つまり、その理論は通常の量子系として扱うことができるため、量子重力理論の厳密な定義を与えることができる。これはかなり突拍子もない結論である。こんな事はとても信じられないというのが普通の感覚ではないだろうか。

## AdS/CFT対応

ところが、実際に量子重力理論はこのホログラフィー原理を満たすことが、ある特別な場合に関してではあるが、示されてしまったのである！この発見は超弦理論の性質を調べることによりなされた。1997年、ファン・マルダセナは数々の証拠に基づき、無限遠で漸近的に反ド・ジッター（AdS）空間という特別

な空間に近づく時空上の物理を記述する量子重力理論は、一つ次元の低い、重力を含まない時空の上で定義された共形場の理論（CFT）と等価であると提唱した。この関係は、AdS/CFT 対応と呼ばれる。

AdS/CFT 対応は、それが特殊な時空にのみ当てはまるのにもかかわらず、極めて強力な機構である。まず、共形場の理論は我々のよく知っている量子場の理論の一種であり、数学的に厳密に定義されている。このことは、我々の実際に住む時空とそう遠くない時空（漸近的 AdS 空間）の量子重力理論が初めて摂動論によらずに定義されたことを意味する。また自然界を記述する際に使われる数々の理論（核力を記述する QCD や固体物理で使われる理論）は、強い結合を持つ共形場の理論でよく近似される。こういった強い結合を持つ理論は一般に解くのが極めて難しいのだが、AdS/CFT 対応を使えばそれを一つ高い次元の重力理論として、一般相対性理論を使って近似的に解くことができる。そして何にもまして、この対応は重力を含む時空が次元の低い非重力理論からどのようにして生成されるのかについて、ホログラフィー原理の具体例を与えてくれる。

この動的時空の生成メカニズムは多くの研究者たちによって調べられたが、その過程で極めて重要な発見が日本の笠 真生（りゅう・しんせい）と高柳 匡（たかやなぎ・ただし）によってなされた。彼らが見つけたのは、AdS 空間の幾何学と CFT の量子状態の間の次のような関係である（図2参照）。共形場の理論で、ある時間における空間上の量子状態を考えたとしよう。いまその空間を領域  $A$  とそれ以外の領域  $\bar{A}$  に分けたとすると、 $A$  と  $\bar{A}$  の間のエンタングルメントエントロピー\*は、領域の境界に固定された AdS 空間中の面のうち最も面積が小さいもの（より一般には面積が極値を取るもの）の面積で与えられる。ここで、 $A$  と  $\bar{A}$  の間のエンタングルメントエントロピーとは、 $A$  の領域と  $\bar{A}$  の領域の自由度の間の量子エンタングルメント（量子もつれ）の度合いを表す量である。

\*Kavli IPMU News No. 31の裏表紙参照。

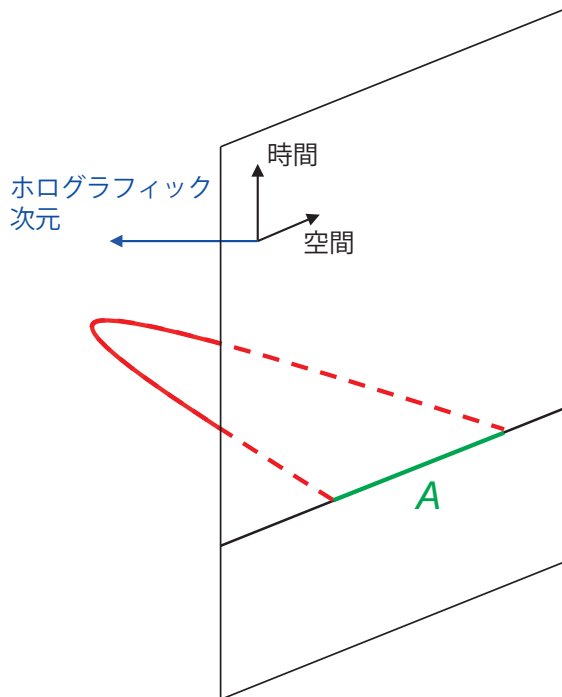


図2 共形場の理論に現れる量子状態の、空間領域  $A$  とそれ以外の領域  $\bar{A}$  の間のエンタングルメントエントロピーは、領域の境界に固定されたAdS空間中の面のうち面積が極値を取るものの面積で与えられる。

この笠-高柳公式と呼ばれる関係の重要性は、ただ単に二つの量を結びつけたというだけではない。まず、AdS 空間内の面という幾何学的な量が CFT における純粋に量子情報的な量と結びついたことは、動的時空の生成メカニズムが極めて量子力学的であることを意味する。また、量子重力の理論はホログラフィー原理により低次元でのみ定義されるという見方をとれば、これは我々が時空や重力と認識しているものは、根本的には基本理論の量子状態の量子情報的な性質にすぎないということを意味する。実際に、笠-高柳公式を使うことにより、低次元の理論の量子状態の量子情報的な性質から高次元の AdS 空間まわりのアインシュタイン方程式が自動的に生成されることも示すことができる。

このように、AdS/CFT 対応は我々の時空がどのよ

うに生成されるかについて基本的な描像を与えてくれる。一つの比喩としては、以下のように言うことができるだろう。いま、動的時空を液体の水に見立てたとする。我々の知りたいのはそのマイクロな成り立ち、つまり水分子やその間にどのような力が働くかである。そのためには、水を連続体とみなしたときにその上の摂動として起こる現象、例えば水の波を調べてもあまり役には立たない。これらは流体力学のナビエ-ストークス方程式で記述され、ここでそれに対応するのは時空を連続体とみなすアインシュタイン方程式である。これに対して AdS/CFT は水分子やその間に働く力の正体 (CFT) を示してくれる。ただし、水の例と時空の場合の大きな違いは、時空の場合にはその構成物がなぜか一つ低い次元に住んでいるということである。



## AdS/CFTを超えて

ここまで見てきたように AdS/CFT は非常に強力であるが、我々の実際に住んでいる時空は漸近的 AdS 空間ではない。一方でホログラフィー原理の方はブラックホールの考察からも分かるように、より一般の時空において成り立つと考えられる。では、一般の時空でのホログラフィー原理はどのようにして実現されているのだろうか？ この問いはいくつかの研究グループにより調べられているが、以下では私たちのグループの行った仕事について簡単に紹介したいと思う。

出発点は、AdS/CFT に内在する性質のうちのどれが AdS 空間に特有のものであり、どれがより一般に当てはまるものかを識別することである。例えば、様々な考察から低次元の理論が CFT のような局所的な場の理論であるというのは、漸近的 AdS 空間の特別な性質によるものだと考えられる。では、AdS/CFT の性質のうちのどれがより一般のホログラフィー原理の現れなのだろうか？

私たちは数々の示唆に基づいて、笠-高柳公式に代表される低次元理論の量子情報と高次元量子重力の幾何学の関係が一般的だとの仮説を置いてみた。一般の時空に対する低次元理論はまだ知られていないので、これにはベッケンシュタインとホーキングの結果を拡張したエントロピー境界などを使って理論の本質的要素を抜き出したりする必要があるのだが、その詳細は字数の都合で割愛する。いずれにしても、アイデアはこの仮定のもとでどのような帰結が得られるかを調べることで、仮定の妥当性を検証しようということである。

ある意味でこの方法論は、例えばマックス・プランクが量子力学の創設時にエネルギー量子仮説を置いてその帰結を調べてみたことに対応する。しかし、プランクの時には黒体輻射のスペクトルという、理論的帰結と比べるべき実験が存在した。一方、量子重力の場合は相当する直接の実験結果は存在しない。では、どのようにして仮説の妥当性を検証すればよいのだろう

か？

私たちのアイデアは、一般相対性理論を「実験」として使うというものである。具体的には、私たちは一般の時空においても低次元理論の量子情報と生成される時空の幾何学とが対応するという仮定の下で、量子情報理論的に正しいとして要求される性質が幾何学的にどのような性質に対応するのかを調べてみた。結果は今までに知られていなかった、時空の満たすべき数々の奇妙な不等式や単調性であった。もし元々の仮定が正しければ、これらの性質は一般の時空で満たされなければならない。そして実際に、私たちは一般相対性理論を使ってこれらの性質を証明することができたのである。

重要なのは、もし一般相対性理論が私たちの見つけた奇妙な性質を満たさなかったならば、元々の仮定は棄却され得たということである。つまり、一般の時空においても低次元理論の量子情報が動的時空の起源であるという仮説は、一つの非自明なテストを通過したことになる。これは、我々のホログラフィー原理および量子情報と量子重力の関係に対する信頼をより確かにするものである。

## まとめ

以上本稿で述べてきた AdS/CFT を含む量子情報と動的時空との間のホログラフィー原理に基づく関係は、私たちのグループに限らず多くの研究者たちによって調べられており、日々重要な発見がなされている。そしてこれらは時空とは何かという問いについて、根本的に新しい回答を提示しつつある。願わくば、この量子重力理論と量子情報理論の交差するところに生じた新たな研究領域が、我々の時空に対する一般的でより深い描像を明らかにすることを期待したい。