カブリ アイピーエムユー
Kavli IPMU

# ものしり新聞

## 数学で世界を見る

第2号
February 2018

# こんにちは Kavli IPMU です。

私の名前は、東京大学国際高等研究所 カブリ数物連携宇宙研究機構(Kavli IPMU)。2007年10月1日に千葉県柏市に設立されました。ここには世界中からたくさんの研究者が集まっていて、宇宙に関する5つの疑問に取り組んでいます。

宇宙はどのように始まったのか?
宇宙は何でできているのか?
宇宙はどんな運命を迎えるのか?
宇宙を支配する法則は何なのか?
私たちはなぜこの宇宙に存在するのか?

だれもが小さいときに一度は思うような素朴な疑問ですが、答えはまだわかっていません。

たとえば、宇宙のエネルギーのなかで、私たちが知っている物質(水素とか炭素とかです)はじつは5%にも満たないことがはっきりしています。残りの27%は得体の知れない「ダークマター」、さらに摩訶不思議な宇宙の68%を占めるのが「ダークエネルギー」。どちらも名前はついているものの、その正体はまったくわかっていません。いったい、宇宙は何でできているのでしょう。

これらの疑問にせまるために、Kavli IPMUには数学、物理、天文などの第一線の研究者が集まり、分野を超えて共同研究を行っています。毎日、午後3時になると全員参加のティータイムが始まります。異なる分野の研究者たちが顔を合わせて、おいしいお茶とパンを口にしながらおしゃべりに興じます。仲間と情報交換し、他分野の研究に触れ、思いがけない方向の議論が新しい研究のアイデアにつながります。

そして5つの疑問を解くためには、新しい物の見方を生み出していくことが大事です。頭が柔らかく、ひとつの分野にとらわれない若い力が必要です。このKavli IPMUものしり新聞を読んでくれたあなたが宇宙の超難問に挑戦し、私たちとにぎやかなティータイムを過ごす未来が私の夢です。

東京大学国際高等研究所
カブリ数物連携宇宙研究機構(Kavli IPMU)
〒277-8583 千葉県柏市柏の葉5-1-5
HP http://www.ipmu.jp/ja
Facebook https://www.facebook.com/KavliIpmu/
Twitter @KavliIPMU

【問い合わせ先】
TEL 04-7136-4940
FAX 04-7136-4941
MAIL inquiry@ipmu.jp

## Q10 研究者へ10の質問!

**数学者になるには、どうすればいいか?**
数学の計算が得意な人よりも、いろいろな定理の証明を自分で考えることや、一つの問題を何日もかけて解くのが好きな人が数学者に向いていると思う。実際には数学系の大学院で博士の学位を取る必要もある。

**おすすめの教科書は?**
数学の入門書としてはスタンリー・ガダーの『教養のための数学の旅』(啓学出版)は面白い。ヘルマン・ヴァイルの『シンメトリー』(紀伊國屋書店)は美術書のような数学の本。代数幾何学の入門書としてはマイルス・リードの『初等代数幾何講義』(岩波書店)がおすすめ。

**今の研究の役に立っている教科は何?**
数学、英語。

**もっと勉強しておけば良かったなと思う教科は何?**
世界史。(仕事でいろんな国に行く機会や、いろいろな国の人に会う機会が多く、その文化的な背景を知っているとより深く楽しめる。)

**宇宙人っていますか?**
いても不思議ではない。

**好きな食べ物と嫌いな食べ物は何?**
特に好き嫌いはないが、和食が好き。

**好きな数式は?**
数式はあまり好きではないけれど、対称性や周期性のあるきれいな式が好き。

**自分が研究者に向いていると思うのはどんなところ?**
ひとつのことに長時間集中できる、マイペース、楽観的、人と話すのが好き、新しいことを企画したり、誰もしていないことに挑戦するのが好き。

**他分野の研究をどのくらい知っていますか?**
数学の他分野ならなんとなく説明できるけれど、物理や天文学についてはほとんど知らない。

**自分が研究者に向いていないと思うのはどんなところ?**
長時間パソコンに向かうのが苦手。

# 伊藤由佳理

いとう・ゆかり●Kavli IPMU教授/名古屋大学大学院多元数理科学研究科准教授。専門は代数幾何学。有限群による商特異点やその特異点解消の幾何学的な性質を、有限群の表現論と関連付けた研究を行っている。代数幾何学だけでなく表現論など他の分野との関連がどんどん広がっていくのも面白い。岩波ジュニア新書『研究するって面白い!』を編著。

## Q10 研究者へ10の質問!

**おすすめの教科書は?**
最近は文庫・新書で数学を扱っているものが増えてきました。まずはそういった本でいろんな数学に触れて、数学の奥深さを感じてもらいたいです。僕は大学に入りたての頃に『フェルマーの最終定理』(新潮文庫)を読んで感銘を受けました。

**今の研究の役に立っている教科は何?**
数学以外では英語です。論文を読むにも書くにも、講演をするにも英語は不可欠です。

**もっと勉強しておけば良かったなと思う教科は何?**
歴史です。この仕事をするようになってから、国内外への出張が増えました。同じ場所に行くのでも歴史的背景を知っているのと知らないのとでは、感じ方が違うと思います。

**数学者になるにはどうすればいい?**
勉強とは大きく異なり、研究では誰も知らない答えを求めて何週間、何ヶ月(あるいはもっと)と考え続ける必要があります。普段から疑問に思ったことを自分なりに考え抜くと良いと思います。

**好きな食べ物と嫌いな食べ物は何?**
好きな食べ物(飲み物)はビールです。ドイツなどに行くと言うとビールを飲みに行くのか?とよく聞かれますが数学をしに行っています(ビールも飲みます)。嫌いな食べ物は漬物全般です。

**宇宙人っていますか?**
いないことを証明できません。

**好きな数式は?**
$x^2+y^2+z^{n+1}=0$ です。この式から $A_n$ 型特異点というものが出てきます。この特異点は僕の研究のモデルケースとなっています。

**自分が研究者に向いていると思うのはどんなところ?**
大変な計算でも嫌だと思わず、おもしろそう、やってみようと感じるところです。

**自分が研究者に向いていないと思うのはどんなところ?**
朝起きた後、しばらくしないと数学モードになれないところです。

**他分野の研究をどのくらい知っていますか?**
研究の中に出てくるダイマー模型は物理と関係しているので、物理の論文を読むことがあります。物理で重要な例を数学の視点から考察することは、研究の動機となります。

解答
a=1; b=5; c=2 としてあげると条件をみたしていて、下の図形ができあがります。
a=5; b=1; c=2 として数字を書き入れても正解です。

正六角形の頂点に白丸と黒丸が交互に乗っているこの図形は、ダイマー模型と呼ばれています。この図形と書き入れた数字の背後には「群」と呼ばれる数学的対象が隠れています。さらに、数字を足した方向に矢印を書き入れると、「マッカイ箙(えびら)」と呼ばれる向き付きのグラフができます。マッカイ箙は商特異点と呼ばれる特異点の研究に欠かせないものです。とても不思議なことに、このグラフの情報を使って特異点解消を求めることができます。

# 中嶋祐介

なかじま・ゆうすけ●Kavli IPMU特任研究員。研究対象は可換環論及び特異点論。これらをCohen-Macaulay加群の表現論の視点から研究している。最近の研究では非可換クレパント特異点解消、ダイマー模型といった対象や、変異という操作に注目して特異点を理解しようと試みている。

# Kavli IPMU ものしり新聞

第2号
February 2018

2018年2月1日発行
発行所　東京大学国際高等研究所
カブリ数物連携宇宙研究機構（Kavli IPMU）
〒277-8583
千葉県柏市柏の葉5-1-5
電話　04-7136-4940
FAX　04-7136-4941
http://www.ipmu.jp/ja

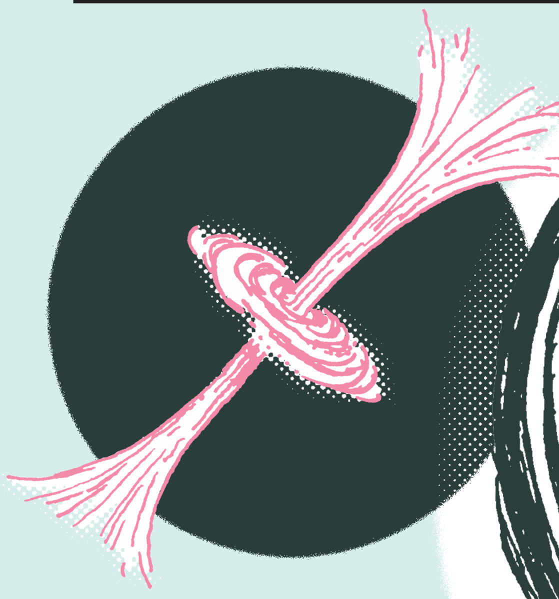
## 特集　数学で世界を見る

異点とは、周りとは異なる特別な点のこと。たとえば「8」のように線を描いてみたとき、線の交わっているところが「特異点」にあたる。Kavli IPMUの研究者、伊藤さんと中嶋さんは、そんな特異点の研究をしている。特異点はブラックホールやビッグバンにも関係する不思議な"点"だ。

線と線が交差するようにレールを敷いてみよう（下の平面の図）。交差した点以外の場所で、トロッコはスムーズに進むことができる。一方で、交差した点では行き止まりになってしまい、トロッコは進むことができない。特異点は「点」として考えると線上のほかの点とは区別がつかないのだが、この例でいえば行き止まりになるという、線上のほかの点とは異なる特徴を持っている。

レールを持ち上げて、ジェットコースターのようにすると、トロッコはレール上のどこでもスムーズに進めるようになる（上の立体の図）。レール上のどこの点も違いがなくなり特異点がなくなるのだ。このように特異点がなくなるように数学的に操作すると、特異点そのものの性質が調べやすくなるという。

数学にはたくさんの研究テーマがある。一見しただけでは、全く関係ないように見えることでも、実は似たような構造が隠れていることがあるという。「2つの間に似たような構造が隠れているとき、一方の世界ではとてもむずかしい話が、もう一方の世界のことばを使うととても分かりやすくなることがあります」と中嶋さん。特異点に関しても、似た構造が隠れていれば、それを利用することで、問題が分かりやすくなることがある。そのような隠れた構造を見つけ出すことも、研究の面白いところだと伊藤さんと中嶋さんは言う。



### ブラックホール

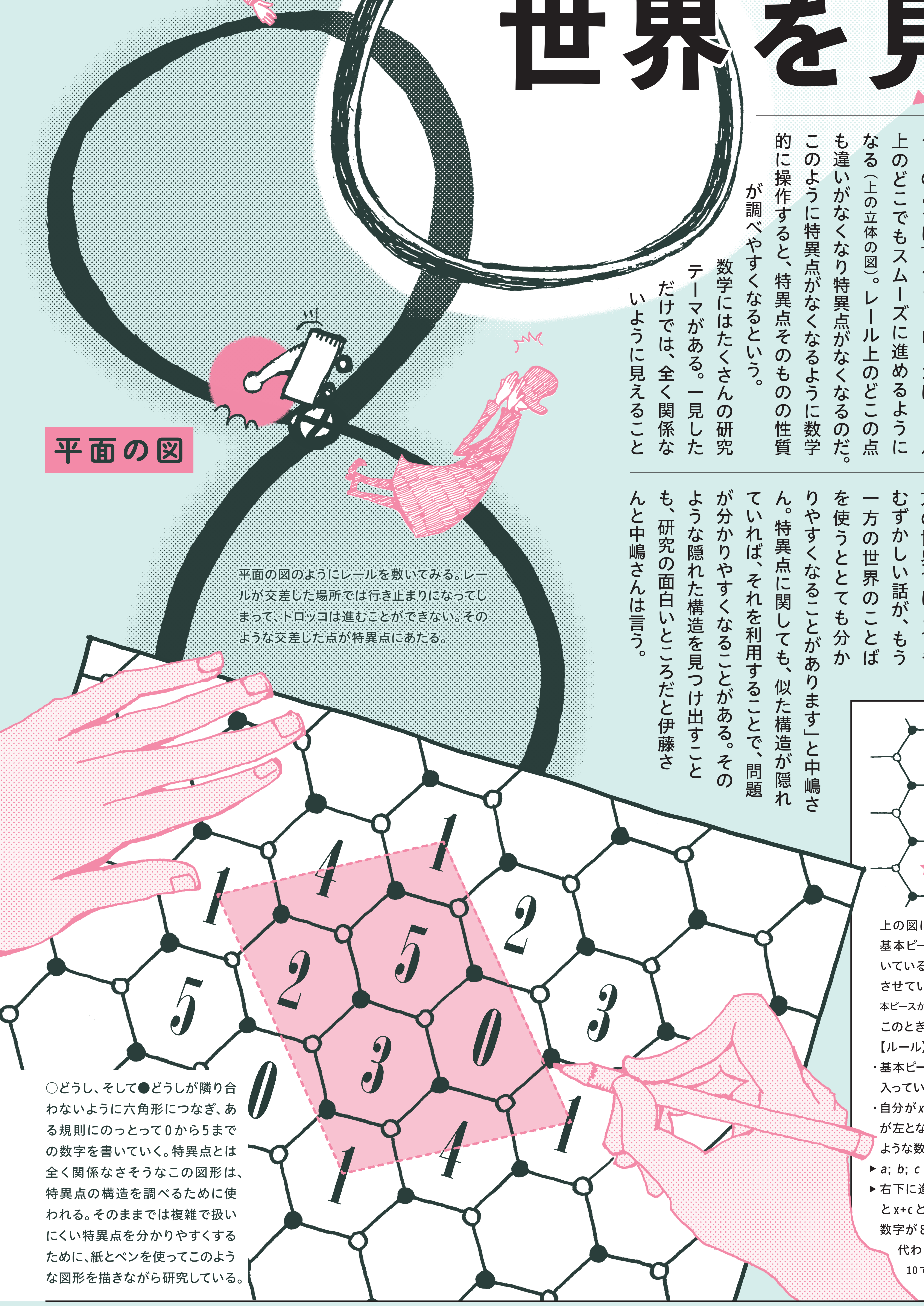
特異点は宇宙の研究にも出てくる。ものすごく強い重力によって、光が出てこられない天体。その中に特異点が隠れている。

### 立体の図

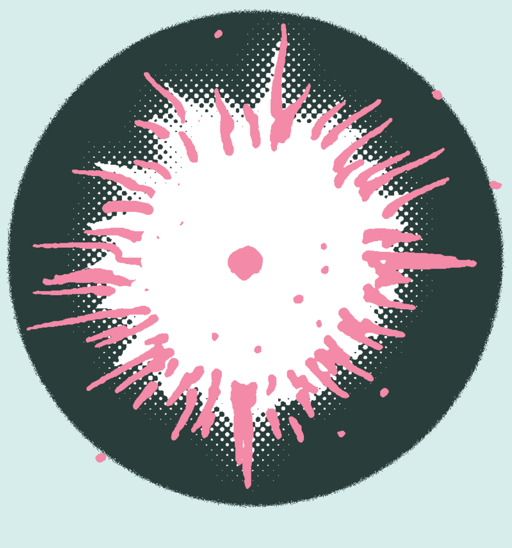
レールを立体的にすると行き止まりはなくなる。立体の図と、下の平面の図との関係は、ジェットコースターの立体的なレールと、そのレールが地面に落とした影との関係に似ている。このように特異点がなくなるように数学的に操作することを、数学者は「特異点解消」と呼んでいる。

### 平面の図

平面の図のようにレールを敷いてみる。レールが交差した場所では行き止まりになってしまって、トロッコは進むことができない。そのような交差した点が特異点にあたる。



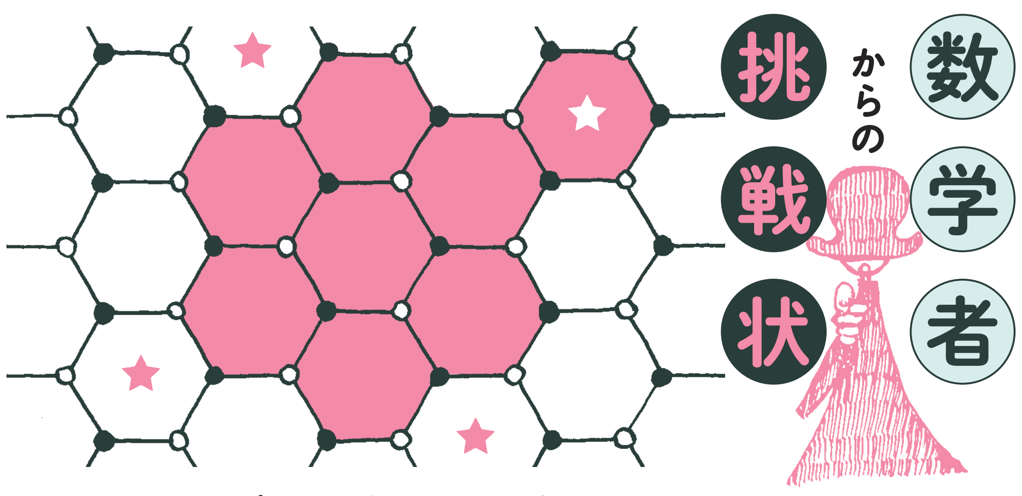
○どうし、そして●どうしが隣り合わないように六角形につなぎ、ある規則にのっとって0から5までの数字を書いていく。特異点とは全く関係なさそうなこの図形は、特異点の構造を調べるために使われる。そのままでは複雑で扱いにくい特異点を分かりやすくするために、紙とペンを使ってこのような図形を描きながら研究している。



### ビッグバン

現在の宇宙は膨張している。時間をさかのぼると、昔の宇宙は小さかったはずだ。どんどん小さくしていくと、宇宙のはじまりの瞬間は点＝特異点になってしまう。

## 数学者からの挑戦状



上の図においてピンクで塗られている部分（基本ピースと呼ぶ）に注目します。基本ピースは8個の正六角形からできています。基本ピースの中の☆印が付いている正六角形が、外側にある★印と重なるように基本ピースを平行移動させていくと、平面全体を隙間なく正六角形で敷き詰めることができます（基本ピースがどこまでもつながっているジグゾーパズルだと思ってください）。

このとき、次のルールを満たすように正六角形に数字を入れてください。

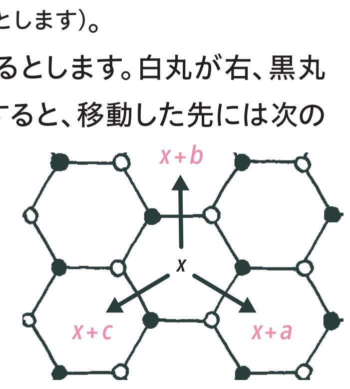
【ルール】

・基本ピースの中の8個の正六角形には、重複することなく0～7までの数字が入っている（ただし☆印の正六角形には0が入っているものとします）。

・自分が$x$という数字が書かれた正六角形の中にいるとします。白丸が右、黒丸が左となっている辺を越えて隣の正六角形に移動すると、移動した先には次のような数字が書かれています。

▶ $a$; $b$; $c$ は$a+b+c=8$をみたす1以上の整数とする。

▶ 右下に進むと$x+a$、上に進むと$x+b$、左下に進むと$x+c$という数字が入っている。ただし、これらの数字が8を超えている場合は、8で割った余りが代わりに入っている（例えば$x+a=10$となったら、10ではなく2が入っている）。




解答は裏面 →

企画：Kavli IPMU広報　デザイン：河原デザイン事務所　文：岡本典明　イラスト：coca　写真：大野真人／Kavli IPMU広報　制作：株式会社学研プラス