Round Table Talk :
エドワード・ウィッテン博士に聞く

エドワード・ウィッテン Edward Witten
プリンストン高等研究所教授

大栗 博司 おおぐり・ひろし
Kavli IPMU **主任研究員**

戸田 幸伸 とだ・ゆきのぶ
Kavli IPMU**准教授**

山崎 雅人 やまざき・まさひと
Kavli IPMU**助教**

右から左へ：ウィッテンさん、大栗さん、山崎さん、戸田さん

京都賞と4度目の京都訪問

大栗　京都賞受賞おめでとうございます。京都賞基礎科学部門では、4年に1回、数理科学の分野に授賞されますが、この分野で物理学者への授賞は今回が初めてでした。

ウィッテン　この賞をいただいたことを、私は本当に光栄に思っています。

大栗　数学と物理学の境界におけるあなたの功績が、物理学だけでなく、数学においても最も重要な進歩の一つとして認められたのは素晴らしいと思います。また、私ども、この分野の研究をしているものにとっても、うれしいことです。昨日のワークショップで、立川裕二さんがおっしゃったように、この分野にとって、あなたは太陽の光のようなものですから。

ウィッテン　一昨日の受賞スピーチでも申し上げましたが、私だけではなく、この分野も共に表彰されたのだと思います。

大栗　この座談会の記録は、*Kavli IPMU News*とともに、雑誌『数学セミナー』の記事にもなります。『数学セミナー』は、高校生、学部学生、研究者から、数学に興味を持つ一般の人々まで幅広い読者層を持ち、特に、高校生など若い世代に数学に興味を持ってもらう重要な役割をしています。私自身も高校生のときに愛読し、今でも定期購読しています。立川裕二さんは、1994年のあなたのインタビューを読んだことが、この分野に進む動機のひとつとなったと言っています。

ウィッテン　立川さんから親切にそう言ったいただいて、とても嬉しいです。

大栗　今日の座談会についての記事も、次世代の若い学生を刺激し、数学に限らず、科学や工学の分野に興味を持ってもらう役に立てばと思っています。この分野の現在の状況と将来の展望をするよい機会としたいです。

あなたは、すでに『数学セミナー』誌上で、2回インタビューを受けられていますね。1990年に京都で国際数学者会議が開かれ、フィールズ賞を受賞なさった際には、江口 徹さんがインタビューをなさっています。同じ号には、同じくフィールズ賞を受賞されたボン・ジョーンズさんとの対談も掲載されています。その対談では、あなたのチャーン・サイモンズ理論に、スペクトル変数を持たせる拡張に興味があるとおっしゃっていました。これは、可解模型の見地からは自然なことですね。

ウィッテン　はい、イジング模型のような2次元格子模型の厳密解を得るときに使う可積分性と同じような筋の説明を見つけ出したいということでした。私は全く成功しなかったのですが、ついこの2、3年の間に、ケヴィン・コステロが、私がこうしたいと思っていた趣旨に沿ったことをなし遂げてくれました。

大栗　ちょうどいらっしゃる前に、コステロの仕事についてお話をしていたところでした。この仕事は、あなたが望んでいらしたことを達成したとお考えになりますか。

ウィッテン　はい、可解模型にはいろいろな側面があって、一つの方法で全てを理解することはできません。しか

し、私が探し求めていた説明については、コステロが発見したと言えます。

大栗　なるほど。

ウィッテン　コステロがしたことは、3次元チャーン・サイモンズ理論で3つの実数空間の次元の一つを単純に複素変数 z で置き換えるという、簡単だけれど美しいアイディアを含んでいます。

大栗　4次元に行くということですね。

ウィッテン　2つの実変数と一つの複素座標 z をもつ 4 次元の世界です。コステロはチャーン・サイモンズ3-形式と1-形式 dz の外積で 4-形式を定義し、これを 4 次元理論の作用（action）として調べました。技術的で細かいことですが、次の点が重要でした。この理論が意味をもつためには、運動方程式を線形化して得られた微分作用素をゲージ群で割ったものが楕円型作用素でなければなりません。これはやや驚くべきことと思いますが、本当なのです。それを考慮して、彼はチャーン・サイモンズ理論を一般化しました。その理論は完全な 3 次元対称性をもっていませんが、強調したいのは複素変数 z をもっていることです。

よく考えてみると、可積分性に関するヤン・バクスター方程式は2次元の対称性はもっていますが、3次元の対称性はありません。私がスペクトル変数を取り入れられなかった理由は、3次元の位相的場の理論を用いていたからです。3次元の位相的場の理論では、結び目が交叉する移動に加えて（つまりヤン・バクスター関係式に加えて）、生成･消滅を含む関係式が含まれます。ライデマイスター移動の中には、3次元の位相的場の理論には当てはまりますが、可積分系には必要ではないものがあります。私は3次元の位相的場の理論を使おうとしていたので、スペクトル・パラメータを見つけられなかったのです。コステロは一つの実変数を複素変数で置き換えるという非常に簡単なアイディアで、全てをうまく説明したのです。1990年頃、私がやろうとしてできなかった理由は、それだと思います。

大栗　なるほど。1990年のインタビューであなたが提起された問題は、23年たってようやく答えられたということですね。1994年には、再度日本を訪問され、京都で一般講演をなさっています。

ウィッテン　あなたが組織された超弦理論国際会議 Strings 2003と今回も含め、何度か京都を訪れる機会がありました。

大栗　今回も含めた4回のご訪問では、毎回京都国際会議場にいらしているということですね。

ウィッテン　ええ、その通りですが、次は沖縄訪問が準備されていると伺っています。

大栗　沖縄科学技術大学院大学で私たちが開催を予定している超弦理論国際会議 Strings 2018 のことをおっしゃっているのですね。2018年には、ぜひまたご来日ください。

1994年に来日された際には、ちょうどザイバーグ - ウィッテン理論やバッファ - ウィッテン理論を完成させつつあるときでしたね。京都大学の数理科学研究所で、中島 啓さんと議論をしたことを覚えています。中島さんは、ゲージ理論のインスタントン解のモジュライ空間への、アファイン・リー代数の作用に関する最新の成果をご説明になっていました。また、『数学セミナー』誌上での江口 徹さんのインタビューでは、当時のミラー対称性やS-双対性の進展について触れられ、ゲージ理論や弦理論における双対性の統一的理解への期待を語っていらっしゃいました。その期待の一部は、過去20年の間に実現されたといってよいでしょうか。

ウィッテン　間違いなく幾つかは実現されました。一つは2度目のインタビューの後2、3年の間に達成されたことで、弦理論における非摂動論的双対性が明らかになったことです。これは場の理論で起きていたことの一般化になりました。しかし、未だに謎に包まれていて、きちんと理解されていない側面もあります。

その一方で、4次元のゲージ双対性とそれより低い次元の多くの双対性が、6次元の共形場理論の存在に由来するという発見は、双対性を理解する上で重要な洞察となりました。私たちは6次元の理論を本当には理解していないので、完全な解決ではありませんが、6次元の理論の性質から理解されるべきだということは、前回のインタビューの時点では知られていなかったことで、双対性を理解する上での確かな進歩だといえるでしょう。

双対性には懐疑的でした

大栗　今日の座談会参加者をご紹介します。戸田幸伸さんは、数学者で Kavli IPMUの准教授です。2006年に博士号を取得されました。山崎雅人さんは物理学者で、Kavli IPMU の助教です。2006年に大学院に入学されました。2人とも、ゲージ理論や弦理論に関する、数学と物理学の境界領域で活躍されています。

京都賞関連行事の記念講演で、あなたは、これまでの経歴を振り返られ、1973年に、ゲージ理論の漸近自由性が発見された直後に大学院に入学されたとおっしゃっていました。日本に2度目にいらして、インタビューを受けられたときには、それから20年たっていました。今年は、それから、また ちょうど20年目になります。そこで、あなたの学者としての2度目の20年間を振り返り、その間の最も重要な進歩のいくつかについてお考えをうかがいたいと思います。

すでに、1994年以来の発展について話し始めたところでしたので、そこから始めて、過去20年間のハイライトは何だったか､お話いただけますか。

ウィッテン　確かにハイライトの一つは弦理論での非摂動論的双対性の理解でした。その結果、私たちは弦理論とは何かということについて、はるかに広い描像を持っています。私たちは1994年に摂動論的弦理論に現れるミ

ラー対称性と他の2次元の双対性を知っていましたが、時空間にも似たような双対性があること、つまり2次元の双対性に類似の4次元ゲージ理論の双対性を、実は丁度考え始めたところでした。しかし1994年には弦理論で何か似たようなことがあるかもしれないというのは、本当に単なる臆測でした。

この時点までに文献に手がかりが現れており、また1990年代初期に多くの新しい手がかりが発見されました。私が最も影響を受けたのは、ジョン・シュワルツとアショク・センの仕事でした。彼らは、6次元トーラス上のヘテロティック・ストリングの低エネルギー有効作用が、非摂動論的SL(2, **Z**)双対性の存在と矛盾しない性質をもつことを示しました。彼らの示した証拠は決定的なものとはいえませんでしたが、非常に示唆に富んでいました。

どうすれば時空間における非摂動論的双対性の決定的証拠を発見できるのか、私にはまだはっきりしませんでした。少なくとも私にとって、最初の証拠は、アショク・センのN=4 超対称ヤン・ミルズ理論における2個のモノポールの束縛状態に関する、短いけれども素晴らしい論文に現れました。それは私にとって、モントネン-オリーブの双対性予想に対する本質的に新しい証拠でした。それは私に双対性は正しいに違いないと確信させ、また同様に重要なのですが、双対性をもっと良く理解することが可能であると確信させたのです。

大栗　センの論文はS-双対性の強い証拠を与えましたが、私たちを確信させたのは、あなたとバッファの論文だったと思います。

ウィッテン　ありがとうございます。センの論文は、既知の電磁双対性に関しての、示唆的ではあるが限定的な議論の遙か先に進むことができることと、何か本質的に新しいことを知ることができることを示すものでした。センの論文を読むまでは、電磁双対性について理解していることとしては、はっきり私に影響を与えたセンとシュワルツの仕事すら、モントネンとオリーブが20年前に理解した枠組みの中に留まっていると感じていました。しかし、センは簡単でエレガントな計算を行い、双対性が予言する2個のモノポールの束縛状態を見つけました。私はそれに触発され、もっと先に行けると信じるようになったのです。

このインスピレーションがあり、また双対性予想に関する証拠をもっと見つけようとして、カムラン・バッファと私はインスタントンのモジュライ空間のオイラー指標を調べ始めました。超対称ヤン・ミルズ理論の電磁双対性が、これらのオイラー指標の生成関数がモジュラー関数でなければならないことを意味することを知るのはそれほど難しくはありませんでした。私たちにとって幸運だったのは、（あなたが触れた中島さんの仕事も含め）種々の場合について数学者がこれらのオイラー指標を計算していたか、あるいは密接に関わりのある結果を得ていて、それからオイラー指標を知ることができたことです。私たちは予想したモジュラリティが全ての場合に成り立つことを見出しました。（その一つ、4次元多様体$\mathbf{CP}^2$の場合、私たちは偶然「擬モジュラー型式」という、その時は私たちにとって新しい、しかしその後ゲージ理論と弦理論に度々現れた概念に行き当たりました。）

また、この時期にネーサン・ザイバーグが正則性を超対称ゲージ理論のダイナミックスを解析する手段として使っていました。彼はN=2 理論で起きていることを理解しようとしていました。私とザイバーグはそれについて話を始め、センの論文に触発されて、双対性が関わっているのではないかと考えました。それがザイバーグ・ウィッテン理論となった私たちの仕事への手がかりの一つになりました。

大栗　山崎さんや戸田さんのように若い人には信じられないかもしれませんが、1994年以前には、少なくとも私にとっては、S-双対性はとても信じられない話でした。美しい夢のようなものので、あったらいいけれど、とても現実に起きるとは考えられない。先ほども申しましたように、センの論文は最初の証拠を与えましたが、あなたとバッファの仕事が決定的だったと思います。それ以後は、誰もが信じるようになりました。

山崎　それは驚きました。クラウス・モントネンとデビッド・オリーブの論文はかなり古いと思ったので。皆は彼らのアイディアに懐疑的だったのでしょうか?

ウィッテン　今から考えると笑い話のようですが、私がモントネンとオリーブの論文に出会った頃のことをお話ししましょう。まず1977年の末にオックスフォード大学を訪れるまではこの論文のことは知りませんでした。マイケル・アティヤーが私にこの論文を示し、それについてオリーブと議論するため、ロンドンに行くように言いました。そこで私は論文を読み、デビッド・オリーブと連絡を取って彼を訪ねる手配をしました。しかし、ロンドンに着いた時には私はかなり懐疑的になっていました。あなたは彼らの原論文を読みましたか?

山崎　はい、読んだことがあります。

ウィッテン　彼らはその論文でゲージ場のボゾンの理論と（随伴表現に値を取る）実スカラー場を考慮しました。スカラー場に対するポテンシャルエネルギーは恒等的にゼロと仮定し、この場合のみ成り立つ注目すべき質量公式を見出しました。そして、質量公式が電荷と磁荷の間で対称であるという事実に基づいて、電磁双対性を提案したのです。

しかし、私は、スカラー粒子に対してポテンシャルエネルギーがゼロというのは量子力学的に意味のないということを見抜く程度には、場の量子論を知っていました。もしゼロにできるのなら、素粒子物理にはゲージ階層性問題はないはずだからです。ですからオリーブに会うためにロンドンに到着した時には、私ははっきり懐疑的でした。しかし、私はせっかく彼に会いに来た

のですから、彼のアイディアがナンセンスだとだけ言うことにはしたくありませんでした。私たちは、何か意味のあることをしようと試みました。そこで私たちは超対称性の観点から議論しました。超対称性があればスカラー粒子の繰り込まれた質量が（および全有効ポテンシャルでさえ）ゼロに成り得るからです。私には、モントネンとオリーブの素晴らしいアイディアが意味をもち得るのは唯一この場合のみと思えたのです。その日のうちに私たちは$N=2$超対称性の場合に彼らの公式が成り立つことを見出しました。そこで私たちはそれを論文にしました。それは論文としては十分なものでしたが、私はその論文から間違った教訓を引き出してしまいました。それは、非摂動論的双対性を仮定しなくても、彼らの公式は説明できるという結論です。

大栗　私も、あなたとオリーブの論文を読んでそう思いました。S-双対性という不思議な現象の証拠ではなく、単に超対称性で説明できてしまうことなのだと。

ウィッテン　それで、その時及びそれ以降何年もの間、私は4次元における非摂動論的双対性の証拠は、たいしたものはないと思っていました。

そういう訳で、山崎さんの質問に戻ると、その間私は電磁双対性について懐疑的でした。しかし、私は実際には2つのレベルで懐疑的だったのです。第1はそれが本当かどうかについて懐疑的であり、第2は仮にそれが本当だったとしても、実際にそれについて何か言うことができるかどうか懐疑的でした。

もっと全体的な描像をお話ししますと、1990年代初期に、多くの新たな手掛かりが浮かび上がってきました。その幾つかは弦理論におけるソリトンを研究していたマイク・ダフのような人たち、それからカート・カラン、ジェフ・ハーヴェイ、アンディー・ストロミンジャーの仕事から得られ、また既にお話ししたようにセンとシュワルツの仕事もありました。バークレーでの超弦理論国際会議 Strings '93のことでしたが、ジョン・シュワルツがとても興奮していました。彼があんなに興奮したのを見たのは、1984年の1月以来でした。1984年1月に、彼は私にマイケル・グリーンとの最近の仕事について話していて、「我々は近づいている」と言ったのですが、私には彼が何に近づいているのか見当がつきませんでした。しかし、後でそれは彼らがアノマリーを解消する数か月前だったことが分かりました。それで、ジョンがバークレーでの Strings 会議でとても興奮していた時、私は彼のことを真剣にとるべきだと決めたのです。

もし私がモントネンとオリーブの論文を読んで以来もち続けたのと同じ懐疑主義で見たとすれば、センとシュワルツは低エネルギーの物理を議論しているだけで、強結合の振る舞いに関しては確かな証拠をもっといないと言ったことでしょう。しかし、シュワルツが余りにも熱心なので私の懐疑主義もゆらぎ、私は弦理論のソリトンに関するダフやその他の論文をもっと綿密に調べ始めました。ある時点で、1993年の秋だと思いますが、ダフが自分の論文をいろいろ取りそろえて送ってきました。私はそれを心に留めました。今、私は、この時期に読んだ弦理論のソリトンに関する論文を全部は覚えていませんが、間違いなく重要な論文の一つはカラン、ハーヴェイ、ストロミンジャーのものでした。

この時期の背景にはもう一つの部分があることを説明しておかなければなりません。

1980年代半ばに2、3年の間、スーパー・メンブレーン（超膜）を研究していたマイク・ダフ、ポール・タウンゼント、その他の物理学者が、基本的な超膜の理論は基本的な弦の理論に似ていると言い続けていましたが、私には多くの理由で納得がいきませんでした。一つには、3次元多様体はオイラー指標をもたないので、弦理論のように摂動展開（位相展開）ができません。さらに、3次元では膜の理論に意味をもたせるために必要な共形不変性がありません。丁度一般相対論がそうであるように、膜の理論はくりこみ不可能です。

技術的な問題点はいろいろありました。しかし、1990年か1991年頃のどこかで､この分野を研究する人たちは、膜を基本的な対象と考えようとする代わりに、膜と、その他にp-ブレーンも、弦理論に存在するかもしれない非摂動論的対象と考えるようになりました。このアイディアは、一般論としては筋が通っています。しかし、細部では状況はもっと複雑でした。実際に論文を読まれると、その幾つかには良い性質をもつ古典的ソリトン解があり、十分に意味があることがわかるでしょう。（そうであっても、その解には異常な性質があり、幾つかの場合は、それが後の発見につながる手がかりとなりました。）他の論文はやや意味がつけにくかったのですが、それは古典解に古典的近似の良くない領域で現れる特異点が含まれていたためでした。しかし、膜を弦理論における非摂動論的なソリトン類似の対象とするアイディアは、たとえ幾つかの論文に細部では疑問があったにせよ、非常に意味のあるものでした。このアイディアで何ができるか、私はまだ幾分懐疑的でしたが、今説明したような理由で、以前より多くの注意を払っていました｡実際、2つのモノポールの束縛状態に関するセンの論文が現れたとき、私が完全に自分の見方を変える用意ができていたのは、それが理由です。

センの論文は強結合に関して何か新しいことができることを示しており、もしセンと同じような閃きがあれば彼がしたことを10年か15年前にできていたであろうということは明らかでした。ですから、彼の論文は私たちが機会を逸したことを示すものでした。それははっきり私の研究の方向を変えました。そして、あなたが指摘してくださったバッファとの共著論文に導き、1994年の私とザイバーグの研究を正しい方向に導いてくれました。

大栗　これは素晴らしい話です。まさしくパスツールが言ったように、幸運は準備された心にだけやってくるということですね。これから、さらに弦理論の双対性に進まれたわけですね。

超弦理論の双対性革命

ウィッテン　1994年の終わりまでには、2次元と4次元の場の理論の両方で、非摂動論的双対性の理解が進んでいました。例えば2次元の場合、（弦理論のコンパクト化を調べるのに重要なものの一例として）カラビ-ヤウ多様体を標的空間とするシグマ模型を調べると、量子論によって、カラビ-ヤウ多様体の古典的幾何が大きく拡張されることが判ります。シグマ模型の異なる幾何学的及び非幾何学的記述は、理論の異なる半古典的極限を表しますが、その間に相転移がくもの巣のように張り巡らされていることが判ります。モントネン-オリーブの双対性予想でも、これと同じようなことが N=4 超対称ヤン・ミルズ理論で起きているのだということが、後の研究でわかりました。そして、ザイバーグと私は1994年にN=2超対称性の場合に、やや類似のものを見出しました。

　同じようなことが弦理論でも起きるかもしれないという夢は、確かにありました。夢だけではなく、このようなストーリーの断片を著者が指摘する論文が数多くありました。先ほどまでに幾つかそういう論文を挙げました。1995年の春にクリス・ハルとポール・タウンゼントがもう一つの重要な論文を書きました。彼らの言いたかったことはIIA型超弦理論は円周上のM理論と同じであるということでした。彼らが実際はしなかった唯一のことは、それをもっと定量的にすることでした。IIA型超弦理論には11次元は現れないという潜在的な矛盾がありました。しかし､少し後に私が気がついたように、この問題には非常に簡単な答えがあることが分かりました。IIA型超弦理論の観点からは11次元の極限は強結合領域で、弱結合には11番目の次元は見えないのです。

　同じことが他の場合にも成り立つことがすぐに明らかになりました。例えば、Ｉ型超弦理論とSO(32)ヘテロティック・ストリングが同じであろうと期待するかもしれませんが、直ちに分かる明らかな矛盾があります。両方の理論は同じゼロ質量のスペクトルと低エネルギー相互作用をもっていますが、低エネルギー極限を超えた所では全く違って見えます。答えは単純で、もし低エネルギーの場の理論を一致させると、一方の理論の弱結合が他方の強結合になっていることが分かります。

　一度このように考え始めると、全てがうまくいくことが分かります。それは何を意味していたのでしょうか。この考え方は、弦理論とは何か、についてより統一的な描像に導いてくれました。しかし、直ちに、これまでの考え方が不適切であることを示す、更なる発展がありました。私は、1980年代には、弦理論は、重力のアインシュタイン-ヒルベルト・ラグランジアンを一般化するラグランジアンに基づくべきであると本当に信じていたのです。それは微分同相群を一般化する対称群をもつでしょう。従って、非摂動論的な2次元双対性が古典的な対称性として組み込まれた、幾何学の新しい古典論が存在するでしょう。そして、この古典論を量子化することにより、弦理論が生成されるでしょう。

　しかし、1990年代初期までに細部で問題が見つかってきましたが、私は個人的には余り注意を払いませんでした。カラビ-ヤウ多様体のモジュライ空間にはいろいろな特異点があります。このような特異点を含む幾つかの問題が私の仕事では重要でした。

大栗　線形シグマ模型に関する仕事のことをおっしゃっているのですね。

ウィッテン　そうです。それから私の（ハーヴェイ、バッファ、ランス・ディクソンと共同で行った）オービフォールドに関する仕事もそうです。私は古典的な幾何が特異点をもつが、量子シグマ模型は特異点をもたない場合に興味をもっていました。これらの場合には、通常の幾何とその弦理論の古典的極限での一般化の違いが重要になります。カラビ-ヤウ多様体のモジュライを変形すると、古典的幾何の特異点で、対応するシグマ模型の特異点にも導くものも表れますが、私はそれを重視していませんでした。

　弦理論では、古典的極限でさえそういう特異点は現れますから、もし弦理論を古典論が量子化されると解釈しよ

うとすると、古典論が特異点をもつように見えて、それは変です。私は個人的にはその問題に考えを集中させることはしませんでしたが、ストロミンジャーはそういう特異点は実は非摂動論的な量子効果を反映しているのだと説明しました。その特異点は、電荷をもつブラックホールが質量ゼロとなるときに発生します。古典的極限のはずなのに非摂動論的量子効果があるので、古典論の量子化では弦理論を正しく取り扱えないことになります。

大栗　場の理論には類似の結果はない。本質的に弦理論的現象だということでしょうか。

ウィッテン　そう考えます。

大栗　これは、弦理論にはラグランジアンによる記述はありえないという証拠だとお考えになりましたか。

ウィッテン　それは古典論の量子化という立場では弦理論の真価を十分に発揮できないことの証拠です。私は古典論の存在を否定したくはありません。ある観点からは存在すると信じていますから。

大栗　近似的な記述としてはあるかもしれませんが、古典論からはじめて量子化の手続を当てはめることはできないと …。

ウィッテン　背景にある古典論を量子化することでは弦理論を十分に理解することはできません。ある意味、弦理論は本質的に量子力学的理論なのです。

私は、弦理論が古典論の量子化では得られないとは言いたくはありませんが、その方法では弦理論のすべてを理解することはできないと考えます。

場の理論でさえモントネン-オリーブの双対性は同じ理論が異なる古典的極限をもつことを意味し、どれか一つの古典的極限を区別することはできません。

大栗　しかし、その場合には、ラグランジアンによる記述はありますね。

ウィッテン　ええ、モントネン-オリーブの場合、古典的ラグランジアンはあります。実は、いくつもあります。弦理論では、古典的極限と呼びたい場合でさえ古典的な観点からは余り意味のない現象があるため、もう少し事情は悪いと言えます。

結局、ストロミンジャーの仕事は、私が見逃していたものを照らし出しました。1995年の超弦理論国際会議での弦理論における非摂動論的双対性に関する私の講演と、それに対応する論文（“弦理論の多様な次元におけるダイナミックス”）には、細部で一つ、意味の通らないところがありました。*K*3多様体上でのIIA型超弦理論は4次元トーラス上のヘテロティック・ストリングと双対であると思われ、*K*3曲面にADE特異点が現れると、ゲージ対称性が大きくなるはずだと予想できました。しかし、古典的幾何のADE特異点は単にオービフォールドの特異点であって、オービフォールドでは弦理論の摂動論が使えます。オービフォールドは非摂動論的ゲージ対称性を生成しません。数ヶ月の間、私は戸惑っていました。実は、私は単純なミスをしていて、ポール・アスピンウォールが1995年の夏に書いた論文により訂正されました。アスピンウォールはこう説明したのです。M理論ではADE特異点で超ケーラー・モジュライだけが存在しますが、弦理論ではADE特異点で*B*-場のモジュライも存在します。共形場理論は*B*-場のモジュライがゼロの場合、特異性をもつようになります。一方、オービフォールドは、*B*-場のモジュライがゼロにならないので、特異性をもたないのです。

B-場のモジュライがゼロになる場合、ストロミンジャーがカラビ-ヤウ特異点に関する論文で示したものと類似した､古典的記述の破綻が生じます。その結果、ゲージ対称性が強くなりますが、IIA型の超弦理論の観点から見れば、それは非摂動論的な起源をもつものです。

ストロミンジャーは巻き付いた3次元ブレーンから生じる、電荷を持つブラックホールを考察しましたが、ここで粒子として適切なものは巻き付いた2次元ブレーンです。しかし、アイディアは同じようなものでした。

大栗　これは、ゲージ理論の非可換・非摂動論的ダイナミックスが弦理論の極限から現れるという、ゲージ理論と弦理論の深い関係のはじまりだったように思います。

ウィッテン　その通りです。もうひとつ、ゲージ理論の非摂動論的双対性に対して弦理論がもつ意味を示すのに役だった、重要であるのに極めて簡単な論文が、1996年にマイケル・グリー

ンによって書かれました。この時点までにジョン・ポルチンスキーが共同研究者と共に、最近の言葉で言えばn個の平行なブレーンはU(n)ゲージ対称性をもつことを基本的に示していました。私は1995年の年末に、なぜそれが有用かを示す論文を書きましたが、グリーンは次のことに注目して、非常に簡単な論文を書いたのです。この時点までに私たちが確信した事実ですが、IIB型超弦理論は非摂動論的双対性を対称性としてもっています。一方、ゲージ群U(n)の4次元$N=4$超対称ヤン-ミルズ理論はIIB型超弦理論におけるn個の平行なD3-ブレーンから生じます。これら2つの事実を併せ、かつ低エネルギー極限を取り、グリーンはゲージ群U(n)の$N=4$超対称ヤン-ミルズ理論のモントネン-オリーブ双対性を導くことができました。それは単にD3-ブレーンに特化したIIB型超弦理論から受け継いだものです。

それは、ゲージ理論の双対性を弦理論の双対性から導出する、初期の重要な例でした。

こういったこと全てが起きる前でさえ、マイク・ダフとラムジー・クーリが1993年に彼らがストリング/ストリング双対性と呼んだものについての論文を書きました。彼らは、6次元に自己双対な弦理論があって、これを2つの異なる見方をすると、4次元のゲージ理論の電磁双対性が説明できることを示しました。それは実は素晴らしいアイディアでした。唯一の問題は、うまい例がなかったことです。

1995年の中頃、私は、もし$K3$とT^4上のヘテロティック/II型双対性をとり、別の2次元トーラス上でコンパクト化すれば、ダフとクーリが示唆したものに似たような例が得られるだろうと気がつきました。彼らは弦理論の自己双対性を念頭においていましたが、私が考えた例は2つの異なる弦理論の間の双対性でした。それでもアイディアは似通っています。1995年の末までにダフと私、さらに他の人たちも、2年前に提案されたものをもっと厳密な形で引き継ぐ例を挙げました。それは$K3$曲面上の$E_8\times E_8$ヘテロティック・ストリングを含み、ここで2つのE_8は同じインスタントン数をもちます。これら全ての場合に弦理論の双対性からモントネン-オリーブの双対性を導くことができました。

1995年から96年は非常に劇的だった頃ですが、こうして話をしていると当時の論文が次々に思い出されます。しかし正直なところ、たいていの場合はかなり簡単に書けた論文でした。私は昨日、京都賞の記念講演会での中島啓さんの講演を聴いて、このことを思い出しました。中島さんは、1996年に私がニュートン研究所で話した3つの講演を振り返ることから始めてくださいました。それは私が書いた3つの論文（それぞれ、レフ·ロザンスキー、アミ・ハナニー、ネーサン・ザイバーグとの共著）についての講演でした。それらの論文は内容的にぴったりと組み合わさったものでした。書いていて楽しく、また講演することも楽しいものでした。しかし、記憶の中で際だっているのは、当時、そういった洞察を簡単に手に入れることができたということです。この分野で研究していることが実に面白い時期でした。私の研究生活の間に、もう一度そういう時期があることを望んでいます。

何かを知ることと、なぜかを知ることの違い

戸田　私は代数幾何学者で、元々は代数幾何学の古典的な問題に関心がありましたが、あなたの仕事に触発されて代数幾何学と超弦理論の関係に興味を持つようになりました。S-双対性とモジュラー形式が話題に挙がりましたが、これは数学的視点からはとても驚くべきことだと思います。何故モジュラー形式が出現するのか、とても不思議です。数学的視点から、この点についてどの様に洞察されているでしょうか?

ウィッテン　勿論バッファと私は、モントネン-オリーブの双対性予想から説明しました。私たちがしたことは、オイラー指標のある種の生成関数のモジュラー性が、モントネン-オリーブ双対性から導かれることを示したのです。これは、リーマン予想から数論のある種の命題が導かれることと似ています。もしリーマン予想から何かが従うことがわかった場合、それを問題となっている命題の説明と見るべきかどうかはわかりませんが、少なくともその命題をより大きな枠組みに持ち込むことになります。モントネン-オリーブの双対性は、それに類似した、より大きな枠組みを私とバッファとの仕事に用意してくれました。すぐその後、ある6次元の理論の存在からモントネン-オリーブの双対性が従うという、さらに大きな枠組みが出現しました。また、他にもいろいろな道筋で、弦理論の双対性からモントネン-オリーブの双対性が従い、その幾つかの構成法を既にお話ししました。しかし、恐らく大抵の物理学者は、モントネン-オリーブの双対性を得る最も完全な枠組みは、その6次元の理論との関係であると言うでしょう。

大栗　戸田さんは、数学的説明を求めていらっしゃるのですね。当時、数学的説明のヒントとしては、インスタントン解のモジュライ空間の対称性に関する、中島さんの仕事が知られていました。数学的観点からは、バッファ-ウィッテン理論が計算しているのは、インスタントン解のモジュライ空間のオイラー指標の生成関数でした。

ウィッテン　中島さんの発見したアフィン・リー代数は一種の証明ですが、実際は驚くべき発見でした。しかし、まだ一つ不思議なのは、アフィン・リー代数の対称性がどこから来るのかと

いうことです。

戸田　確かに、オイラー指標の計算の後にモジュラー形式になることは確認できますが、何故それがモジュラー形式となるのか最も単純な例でさえ概念的な説明が出来ません。

ウィッテン　全く同意見です。実は、私は京都賞の記念講演であなたが言われていることと同じようなことを述べようとしました。何が真実か知ることと、なぜそれが真実かを知ることには違いがあります。この場合、数学的証明があるのに、それでもあなたは「なぜか」と質問し、結局、物理学者は答えを知りません。私たちができることは、より大きな予想を提供することが全てで、これがその一つの現れです。しかし、実際は、私たちは「より大きな予想」を理解していません。

大栗　物理学者の見地からは、双対性が、6次元の対称性として幾何学化されたといえるでしょう。

ウィッテン　しかし、6次元の理論は大きな謎に包まれています。

戸田　S-双対性と6次元の理論の関係は容易に理解されるのでしょうか?

大栗　関係自身は明らかなのですが、今度は、6次元理論自身に意味をつける必要があるのです。

ウィッテン　実は、私たちは6次元の理論について、どのように構成するべきか、あるいはどのように微視的に理解するべきか、余り分かっていないにもかかわらず、その振る舞いについては非常に多くのことを知っています。

6次元の理論の振る舞いに関する深遠な発見の一つは、1977年のフアン・マルダセナによるものです。彼は、Nが大きいときには、この理論が超重力理論で解けることを示しました。残念ながら、6次元の理論が超重力理論により解ける領域は、あなたの質問を理解するために通常私たちが理論を調べなければならない領域と同一ではありません。

大栗　ラージNの極限は、S-双対不変ではないということですね。

ウィッテン　ええ、そうなのです。マルダセナのラージNに対する理論の解は、きちんと機能して、意味があります。しかし、モントネン-オリーブの双対性を理解する直接の助けにはなりません。なぜなら、双対性の下で不変でないパラメータ領域で理論を調べているからです。言い換えれば、もしモントネン-オリーブの双対性を理解するためにマルダセナの解を応用しようとすると、マルダセナの記述が役に立たないパラメータ領域を調べなければなりません。

しかし、マルダセナの解の存在と成功は、全ては理解していないものの、6次元の理論は存在し、その理論に関する標準的な主張は全て真であるという物理学者の自信を明確に深めました。リーマン予想の何か新しい結果が真であると発見した数学者に幾分似ています。それはリーマン予想により大きな信頼を与えますが、しかし、リーマン予想を理解したことは意味しません。

大栗　戸田さん、現在の物理学の研究の状況をどのようにご覧になりますか。昨日のワークショップでは、たとえば、中島さんはウィッテンさんのケンブリッジ大学での講演を理解するのに18年かかったと語っていました。また、深谷賢治さんは、物理学者の書く方程式は、右辺も左辺も何のことか分からないことがあると言っていました。あなたは、Kavli IPMUに何年もいらしたのですから、この点についてどのようにお考えですか。

戸田　勿論、私は弦理論について何も理解していませんが、時々弦理論の論文や計算を眺めることはあります。そしてそれらに含まれる物理用語を数学用語に置き換えて考えます。例えば、D-ブレーンを層に、BPS状態を安定対象に置き換える等です。これらの物理的背景は理解していませんが、こうすることで物理の側から多くを学ぶことができ、また数学者が解くべき問題を見つけることができると思います。これらが代数幾何学の古典的問題と関連することを発見したこともありました。

大栗　弦理論のセミナーにも出席されていますが、物理学者と交流することで得ることはありますか。

戸田　弦理論の研究者には様々なタイプが存在すると思います。中にはドナルドソン-トーマス不変量や連接層の導来圏といった、私の研究に近い事を物理的側面から研究している人もいます。その様な人のセミナーからは何かしら得ることはありますが、これはほとんど数学のセミナーと言って良いものだと思います。

大栗　物理学者は、数学的予想の生成関数だという数学者もいます。しかし、数学者にとって有用な物理学者とそうでない物理学者もいるでしょう。たとえば、中島 啓さんは、ウィッテンさんの講演から得ることが多いが、それは、研究の動機やアイディアがどこから来ているのかはわからなくても、ウィッテンさんの主張の一部には、数学的に厳密な意味をつけることができるからだと言っています。たとえば、昨日のワークショップで、立川さんが引用していた数式がその例で、数学者はそこから研究を始めることが出来るわけです。

山崎　でも、しばしば数学者は背後の論理を知りたがるのではないでしょうか。私が数学的に意味のある主張をすると、数学者はそれを証明しようとすることができます。でも彼らはもちろん何が起こっているのか知りたいのではないでしょうか。

ウィッテン　任意の与えられた場合について、もっと簡単な答えがないとは保証できません。しかし、私たちが議論している問題の多くについて、大抵の物理学者の見解は、こういう質問に

対する最善の道具立ては、物理学で重要な場の量子論の中にあるということになるでしょう。

量子エンタングルメント

大栗　まだ、1990年代の出来事について話をしていますが、そろそろ新しい世紀に入りましょう。過去14年間のハイライトは何だとお考えになりますか。

ウィッテン　答えの一部ですが、マルダセナによって導入されたゲージ/重力双対性は非常に深遠なものです。今日でさえ、その興味深い新たな面が発見されています。重要な例としては、笠 真生（りゅう・しんせい）さんと高柳 匡（たかやなぎ・ただし）さんのゲージ/重力双対性における「量子もつれ量」（エンタングルメント・エントロピー）に関する仕事です。彼らはブラックホールのベッケンシュタイン-ホーキング・エントロピーの、実に興味深い一般化を発見しました。私は個人的にはこのテーマを研究したことはありませんが、これまでの進展はとても興味深いものでした。そして、量子重力について、より深い手がかりを含んでいるかもしれません。もし私にその研究の正しい方向が分かれば、恐らく自分自身この分野の研究を行うでしょうが、少なくともこれまでは私はそうしていません。しかし、それは私が最も注目することを勧めるものの一つです。

笠さんと高柳さんの他に、私はオラシオ・カシーニの論文、幾つかはマリナ・フエルタとの共著ですが、これもはっきりお薦めしたいと思います。一つの論文では次の問題に取り組みました。ブラックホールはベッケンシュタイン-ホーキング・エントロピーをもちます。ざっと20年前、ヤコブ・ベッケンシュタインは次の問題を考えました。物体がブラックホールに落ち込むとしましょう。その物体はエントロピーをもっています。物体がブラックホールに落ち込むと、そのエントロピーはブラックホールの中に消えてしまいます。ブラックホールは物体を飲み込むと質量を得ますから、エントロピーが増えます。熱力学の第2法則は、この過程で全エントロピーが増えるべきことを主張します。言い換えると、ブラックホールのエントロピーは少なくとも落下した物体がブラックホールに近づく前にもっていたエントロピーの分は増大します。もし物体が与えられたエネルギーをもち、十分に小さくて与えられた質量をもつブラックホールの内部に収まるならば、ブラックホールのエントロピーには上限があります。ベッケンシュタインはこのような上限を提案し、ベッケンシュタイン限界と呼ばれましたが、長い間、この限界が意味すると思われることを誰も正確に定式化できませんでした。

ここで私は深谷さんが物理と数学の関係について言われたことを思い出します。彼は物理学者による幾つかの主張に用いられる用語を正確に定式化することは難しいかもしれないと言われました。ベッケンシュタイン限界の場合は、その状況は次の通りです。概念（大きさ、エネルギー、落下する物体のエントロピー）が明確な意味をもつ状況では、ベッケンシュタイン限界が正しいことは自明で、余り興味はありません。例えば、箱の中で飛び回る多数の粒子から成るガスを考えましょう。ここで、系の大きさとエネルギーとエントロピーは全て明確な意味をもっています。ベッケンシュタインの限界はかなりの余裕をもって満足されるため、正しいが興味はありません。ベッケンシュタインの限界に近づくような状況を見つけられるかと質問してみてはどうでしょうか？これは、ガスの粒子全体ではなく、箱の中の単独の粒子を考えることにより､達成できます。もっと厳密に言えば、箱の質量を無視すればベッケンシュタインの限界に近づきますが、これは非現実的な過程です。ベッケンシュタインの限界に近づくためには、実際、入れる箱がないのに、与えられた時間にほとんど確実に時空間のある領域の中にいる単独粒子を考えることが必要です。（「ほとんど確実に」と言ったのは、相対論的量子力学が、粒子が与えられた領域に確かに存在する、と言うことを許さないからです。）ここで単独粒子に、そのエネルギーを定義することができ、（相対論的量子力学の一般的な限界内で）閉じ込められている領域を特定できますが、単独粒子のエントロピーに意味をもたせることは困難です。長い間、数多くの、多分何十、何百という論文がこれを議論してきましたが、その洞察はほとんどの場合限られたものでした。そして、オラシオ・カシーニが、簡単ですが非常に素晴らしい論文で、正しい概念はエンタングルメント・エントロピーであり、それは常に自然な方法で定義でき、普遍的なベッケンシュタインの限界が現れることを示しました。この論文はかなり前に出版されましたが、研究者に広く認識されるようになるのに何年もかかりました。

大栗　このカシーニの論文は、たとえば、「種の問題」に解答を与えました。この問題は、私自身が長い間不思議に思っていたのですが、カシーニの論文は、これが問題ではないということを明確に示したのです。

ウィッテン　ベッケンシュタイン限界には反例と考えられたものがあり、ある人たちは、私もその一人なのですが、もしその限界が正しいなら、それは全ての場の量子論に関する主張ではなく、重力と矛盾なく統合できる場の量子論に関する主張であると考えたのです。しかし、カシーニはこれが完全に間違いであることを示しました。彼はベッケンシュタイン限界に関する全ての言葉に厳密な意味を与え､それが、すべての場の量子論について成り立つ一般的な主張であることを示しました。それは極めて明快であり、エンタングルメント・エントロピーに関する他の研究と同じように、多分重要な手がかりかもしれないと思われます。しかし、それが何に対する重要な手がかりなのかを調べるには、恐らく私より

若くて新鮮なアイディアをもつ研究者を必要とするのかもしれません。

その方向への寄与について、もう一つお話ししたいと思います。それはカシーニとマルダセナ、ラファエル・ブッソ、ザカリー・フィッシャー（BCFM）によるものです。何年か前にブッソが、ベッケンシュタイン限界の共変版（covariant version）を定式化しました。それは宇宙論の問題にうまく当てはまる方法です。私がベッケンシュタイン限界について言ったことは、ほとんどが、ブッソ限界にもあてはまります。それが意味することを理解した場合は、それは余り面白いものではなく、それに興味がある場合は、その意味することを理解できていなかったのです。最近のBCFMの仕事で、少なくとも平坦な時空間の場の量子論に対してブッソ限界の厳密な定式化と証明が与えられました。

大栗　この、量子重力と量子情報理論の交流は、ますます刺激的になっていますね。量子エンタングルメントは、時空間がどのようにより基本的な概念から発ち現れるのかを理解するのに重要なヒントを与えるように思います。

ウィッテン　そう期待します。その研究は難しいので、実は私はもっとよく知られた類いの研究をしています。これまでの10年間、あるいはもう少し以前の私の仕事と比べると、恐らく幾分主流から外れた問題に次々に取り組んでいます。また、過去に何か一つの問題に取り組むときにかけた時間よりも単純にずっと長くこれらの問題に時間をかけています。私が今言ったことに最も良く当てはまる3つの問題は、ゲージ理論と幾何学的ラングランズ・プログラム、ゲージ理論とコバノフ・ホモロジー、摂動的超弦理論だと思います。

摂動的超弦理論を理解する最も良い方法は、超リーマン面を用いることです。超リーマン面は魅力的な数学的テーマで、私は数学者が興味をもつことを望んでいます。超リーマン面は普通のリーマン面をoddな変数、言い換えると、反交換関係をもつ変数を含むように一般化したものです。魅力的な代数幾何学的定理がありますが、部分的には1980年代に発展し、その後見捨てられました。もしそれが復活すれば素晴らしいことです。ところで、来年の5月にストーニーブルックのサイモンズ幾何学・物理学センターで私たちが行うワークショップでは、代数幾何学が取り上げられるかもしれません。

大栗　このフェルミオン的次元から、本質的に新しい数学が生まれるとお考えですか。

ウィッテン　超リーマン面の代数幾何学はとても面白いと確信していますが、残念ながら1980年代に理解されたことの多くが未出版のノートや手紙の形で存在しています。私たちのワークショップがこの状況を変える助けになることを望んでいます。

コバノフ・ホモロジー

山崎　昨日あなたの講演に出席しました。コバノフ・ホモロジーがN=4超対称ヤン・ミルズ理論を、普段考えない積分サイクルの上で積分したものとして書かれるということを説明されていましたね。ひとつ印象的だったのは、そこで重要なインプットとなったのが、あなたがそれ以前に書いた論文だったことです（カプスティン・ウィッテン方程式を定式化したアントン・カプスティンとの論文，またその後ダヴィデ・ガイオットとのN=4理論の境界条件についての論文）。これらの論文を書いた時、既にコバノフ・ホモロジーへの応用は念頭にあったのでしょうか?

ウィッテン　答えは“no”です。この年月、私はコバノフ・ホモロジーについて知っていたけれども、理解していないことでフラストレーションを感じていました。しかし、それが幾何学的ラングランズ対応に関係があるとは知りませんでした。私がコバノフ・ホモロジーを理解していないことにフラストレーションを感じた理由は、ジョーンズ多項式に関する仕事がコバノフ・ホモロジーを理解するための良い出発点となるはずであると感じていたのに、どうやって進めばよいのか全く分からなかったからです。（数学的観点からは、コバノフ・ホモロジーは結び目のジョーンズ多項式の改良、あるいは「圏化」（categorification）です。）実は、既に2004年にセルゲイ・グーコフとアルバート・シュワルツとバッファが、部分的にはそれ以前の大栗とバッファの仕事を利用してコバノフ・ホモロジーの物理に基づく解釈を与えていました。しかし、私はそのゲージ理論との関係は、まだ間接的で、謎が残されていると思っていました。私はもっと直接的な道筋を見出したかったのですが、何年もの間、それは難しいと思っていました。

しかし、結局、数学の文献に現れた進展に助けられ、コバノフ・ホモロジーが、幾何学的ラングランズを理解するために用いられたものと同じ要素を用いて理解できるだろうと気がつきました。私はこれら全ての手がかりを理解したわけではありませんが、そのうちの2つから学びました。一つはデニス・ゲイツゴリの、数学者が「量子幾何学的ラングランズ対応」と呼ぶもの（この名前を物理学者が使うようになるかどうかは分かりません）についての仕事で、量子幾何学的ラングランズ対応のqパラメータが量子群およびジョーンズ多項式のqパラメータと関係があることを示しています。もう一つは、サビン・コーティスとジョエル・カムニツァーの反復ヘッケ変換の空間を用いてコバノフ・ホモロジーを構成する仕事です。最初、私はこれらの手がかりをどう解釈したらいいのか分かりませんでしたが、それらは戦闘開始の旗が掲げられているようなものでした。

ヘッケ変換は幾何学的ラングランズ対応の最も重要な要素の一つです。物理の観点からそれが何を意味するのかが長い間私を悩ませ、結局、幾何学的ラングランズ対応を物理とゲージ理論

の観点から解釈する上で最後の主要な障害となっていました。しかし、遂に、シアトルから帰宅途中の飛行機の中で、幾何学的ラングランズ対応で言うヘッケ変換は、単に代数幾何学者が量子ゲージ理論のトホーフト作用素の効果を記述する方法であるという考えが閃きました。私はそれまでトホーフト作用素を用いる研究は行っていませんでしたが、1970年代末に量子ゲージ理論を理解するための手段として導入されたもので、私は良く知っていました。トホーフト作用素をどのように扱うか、電磁双対性の下で何が起きるか、に関する基礎知識は良く知られていましたから、ひとたびヘッケ変換をトホーフト作用素の観点から解釈し直すことができると、私には多くのことがそれまでより明確になりました。

コーティスとカムニツァーは反復ヘッケ変換の空間のB-模型の立場でコバノフ・ホモロジーを解釈しました。また、カムニツァーは別の論文で、同じ空間のA-模型によるもう一つの記述があるだろうと予想しました。技術的には、適切なA-模型を見つけるのは困難でした。私は本当にA-模型を理解したいと思いました。なぜかというと、それは露わな形で3次元あるいは4次元の対称性を得ることを期待できる方法だからです。コバノフ・ホモロジーの研究での私の主な目標は、露わな対称性をもつ記述と、ジョーンズ多項式のゲージ理論による記述との明らかな関係を見出すことでした。結局、私はこれに成功しました。最も難しかった要素の一つは、ゲージ場が、私が「ナーム極境界条件」と呼んでいる微妙な境界条件に従わなければならないということでした。（ナーム極境界条件に導く基本的な考えは、30年以上前にウェルナー・ナームが磁気単極子に関する研究で導入しました。）幸運にも、私はナーム極境界条件とその電磁双対性での役割について、数年前にダヴィデ・ガイオットと共同研究をしたことにより、良く知っていました。

私は数学の世界がコバノフ・ホモロジーについての私の仕事を、中、短期的に認識できるだろうか、また、そのための障害は、主としてナーム極境界条件に馴染みがないことではないか、と思っていました。それを念頭に、その境界条件の詳細な数学的理論を与えようと、ラフェ・マゼオと共に研究を進めてきました。私たちは、結び目の無い場合にナーム極境界条件を厳密に定式化する論文を書き、また、結び目を含むように一般化しようと試みています。必要な不等式は得られていますが、まだ詳細については整っていないところがあります。

山崎　なるほど。それは物理と数学の間に交流が生まれた良い例ですね。あなたは数学の重要な論文に動機づけられ、物理学者としてそれらに解釈を与えました。そこで自分の物理のストーリーができたので、今度は数学に還元しようとしています。

ウィッテン　既に触れましたが、コーティスとカムニツァーが理解できたのは、実はB-模型でした。それは露わな3次元対称性をもたないので、私はA-模型に集中することにしましたが、もし2ヶ月ほどの時間があれば、私は物理学者としてコーティスとカムニツァーのB-模型の説明を試みるでしょう。私は、自分にはそれができるであろうということと、それが明解であろうということについて、結構楽観的です。唯一の問題は、そういう類の、数ヶ月かければ明らかにできると思うやり残しの仕事が数多くあることなのです。

ラングランズ対応とゲージ理論の双対性

大栗　1970年代の後半には、ラングランズ対応がS-双対性となんらかの関係があるというヒントがあったように思います。その重要性に気づかれたのは、いつのことですか。

ウィッテン　1977年の私とマイケル・アティヤーの交流をきちんと説明していませんでした。彼は私の知らなかった2つのことを語ってくれました。一つはモントネン-オリーブの論文で、もう一つは、数論で中心的役割を果たしているが、私が聞いたことのなかったラングランズ対応でした。彼はラングランズ双対群と（以前にピーター・ゴダード、ジャン・ナイツ、およびオリーブによって導入されていた）モントネン-オリーブ予想に登場する双対群は同じものであると指摘しました。これに基づいて、アティヤーはラングランズ対応がモントネン-オリーブ予想と関係があるのではないかと考えました。

大栗　それは、1970年代の後半ということですね。

ウィッテン　1977年の12月か1978年の1月のことでした。私が初めてオックスフォードを訪問した時でした。

大栗　当時すでに、ラングランズ対応がゲージ理論のダイナミックスと関連があるということを真剣に捉えていらっしゃいましたか。

ウィッテン　そうですね、気にはしていましたが、先ほどお話したように、私はモントネン-オリーブの双対性に懐疑的だったので、ラングランズ双対性とは何か、調べようとはしませんでした。1980年代の終わり近くまで、この件についてもう何も調べませんでした。その後、ラングランズ対応について､ほんの表面的に調べてみました。もしラングランズ対応についてほんの少しでも知っており、また、リーマン面上の共形場理論について少し知っていれば、それらが類似していることに気がつきます。それが動機となって論文を一つ書きましたが、その後で、私の理解は余りに表面的で何も深い内容が得られなかったことに気がつき、それで何年もの間その件は放っておきました。

大栗　私は1988年から1989年にかけて、プリンストンの高等研究所のポストドクトラル・フェローでしたが、ローバート・ラングランズ自身が共形理論に強い興味を持っていたことを覚えています。どの側面に興味があったのかは、よくわかりませんが。

ウィッテン　彼の動機がラングランズ

対応だったとは思いません。しかし、彼の仕事は影響力があったと思います。ある意味で、彼自身が明確に大きな突破口を切り開くことは無かったにせよ、彼が手助けをして見出した問題は、後に「確率論的レブナー発展方程式」の進展を刺激しました。確率論的レブナー方程式は、これまで数学に大きなインパクトを与え、物理学者に対して共形場理論の幾つかの問題について考える新しい方法を教えてきました。私は、この仕事の裏でラングランズが影響を及ぼしていたと思いますが、彼の共形場理論に対する興味はラングランズ対応あるいはゲージ理論の双対性が動機であったとは信じていません。これは何年かに渡る彼との交流から得た印象です。

既に言ったように、1980年代の終わり近くに共形場理論とラングランズ対応の間の類似という考えを発展させようとして時間を費やした後、私が発展させようとしていた形式は非常に表面的であると不本意ながら結論し、そこで中止しました。しかし、その後1990年頃、アレクサンダー・ベイリンソンとヴラジーミル・ドリンフェルトの幾何学的ラングランズ対応に関する新しい仕事について耳にしました。これには幾つかの結果がありました。まず第一に、物理で双対性が何を意味するかについての私の理解が非常に表面的であることが確認されました。ラングランズ対応と共形場理論の間の、私のやや素朴な類似よりは、彼らの結果ははるかに的を得ており、はるかに詳細なものでした。彼らの仕事は、私の知っている物理が関連していることを確証しました。しかし、彼らの共形場理論の使い方は、私には無意味と考えられるようなもので、困惑させられました。彼らは共形場理論を負の整数のレベルで調べており（物理では正の整数の方が自然）、とても奇妙に見えるような方法で使っていました。

昨日、京都賞の記念ワークショップでの私の講演で説明したように、何年もジョーンズ多項式に関する「体積予想」（2000年頃からリナート・カシャエフ、村上 斉、村上 順などにより定式化、発展が行われ、私は主にセルゲイ・グーコフから説明をうけました）が私を悩ませました。彼らの主張は、表面的には物理的にしっかりした動機をもつ主張（実は1988年にジョーンズ多項式に関する原著論文で私自身が行った主張）に似ていましたが、決定的な違いがありました。彼らの主張では、複素臨界点が指数的に増加する寄与を与えるように見えましたが、通常これは物理では不可能です。誰か他にも悩んだ人がいるかどうかはっきりしませんが、私はこの点について悩みました。これは熟考に値する良い問題であることが分かったのですが、その理由は、結局私はうまい説明を発見し、それがゲージ理論を通じてコバノフ・ホモロジーを解明するきっかけになったからです。

ベイリンソンとドリンフェルトの幾何学的ラングランズ対応に関する仕事は、ほとんど同じように私を悩ませました。彼らは物理で良く知られたことを使っていましたが、その使い方は、適切とは見えませんでした。いわば、誰かがチェスの駒を、あるいは日本では将棋の駒と言うべきでしょうか、一握りつかみ、盤上に無秩序に置いたように見えました。私には駒の並べ方が全く意味を為さないと思えました。私はそれで悩んだのですが、何もすることはできませんでした。

実は、ベイリンソンとドリンフェルトが言っていたことのうち、ほんの僅かだけ理解できたことから、私はナイジェル・ヒッチンの仕事が彼らに関係があるのではないかと思い、そこで彼らにヒッチンがその論文で曲線上のファイバーのモジュライ空間で可換微分作用素を構成したことを指摘しました。言い換えると、ヒッチンはある意味で彼が数年前に構成した古典的可積分系を量子化したのです。私はベイリンソンとドリンフェルトが言っていたことをほとんど何も理解していませんでしたが、ヒッチンの仕事に彼らの目を向けさせたのです。そして、実はベイリンソンとドリンフェルトは、彼らの幾何学的ラングランズ対応に関する非常に長い､未出版の基礎的な論文（ウェブ上で見られます）の中で、私の理解の程度を実際よりはるかに過大評価する、非常に寛大な謝辞を述べてくれました。実際に起きたことは、私が推測に基づいて彼らにヒッチンの仕事について述べたことが全てでした。それで彼らにはあらゆることが明白になったのだと思います。多分、彼らは私がそれについて何かを知っていたと思ったのでしょう。しかし、そうでは無かったのです。いずれにせよ、当時は幾何学的ラングランズ対応が物理と関係があると考える十分な理由がありました。しかし、お分かりのように、私はまだそれから意味のあることは何もできませんでした。

大栗　では、この問題に戻るきっかけになったのは、何だったのですか。

ウィッテン　10年後に、高等研究所で物理学者のための幾何学的ラングランズ対応のワークショップがありました。あなたは出席されましたか?

大栗　招待されていたのですが、予定が合わなかったのでいけませんでした。

ウィッテン　2つの長い連続講義と、それとは違った話題が2つほどありました。長い連続講義は非常に立派なものでしたが、私には余り役立ちませんでした。その一つはマーク・ゴレスキーが物理学者にラングランズ対応とは何かを話すものでした。彼は（代数的な意味での）体の定義以上の知識はないものと仮定して講義をしました。しかし、私は、2、3の講義で彼が説明できる程度までは、既にラングランズ対応を知っていました。つまり、私は本質的には何も知らないにもかかわらず、ゼロからスタートして数時間で説明できる程度のことは知っていたのです。ですから、この講義からは大したことは得られませんでした。

このワークショップを仕切っていたエド・フレンケルが、もう一つの連続

講義をしましたが、私に関する限り、それは基本的に駒が無秩序に並べられた将棋盤に関するものでした。私は実際この講義からも得るものがありませんでした。その理由は、私に関する限り、幾何学的ラングランズ対応を研究している人たちが馴染みの将棋の駒を取り、盤上に無秩序に並べていることを既に知っていたからです。

他に、連続講義とは違う2つの講義がありました。一つはデイビッド・ベン-ツビが幾何学的ラングランズ対応の近似と考えられたものについて話しました。彼は主には別の数学者、ディマ・アリンキンの仕事について話したと思います。幾何学的ラングランズ対応の近似と考えられたものとは、ヒッチンのファイバー構造の、ファイバー上のT-双対性です。ベン-ツビは、これをヒッチンのファイバーが正則になるような複素構造の上で記述したので、T-双対性は正則性を保つ双対性です。ヒッチン・ファイバーのT-双対性が4次元のモントネン-オリーブ双対性から来ることは既に物理学者には知られており、また、勿論、1977年から78年のアティヤーの所見を聞いて以来、私はずっとラングランズ対応のあるバージョンがモントネン-オリーブ双対性に関連付けられるかもしれないということに気がついていました。しかし、ベン-ツビがT-双対性が幾何学的ラングランズ双対性そのものではなく、その“近似”にすぎないと主張していた事実はどうなるのでしょうか？ ある時点で私は、その理由は単にベン-ズヴィが間違った複素構造を使っていたからではないかと思い始めました。私の考えは、ヒッチンのモジュライ空間の同じT-双対性を違う角度から見たら、ある複素構造のB-模型との間のミラー対称性と、あるシンプレックス構造のA-模型との間のミラー対称性が与えられるのではないか、というものでした。このミラー対称性は、真の幾何学的ラングランズ双対性であり､近似ではないと思われました。実際は、幾何学的ラングランズ対応についてアントン・カプスティンと一緒に仕事を始めた理由は、彼が前に2次元双対性での一般化された複素幾何を研究していたからです。その一般化された複素幾何の世界では、双対性のファミリーが縮退していることがあり、またミラー対称性が正則な双対性に縮退していることがあります。

こう考え始めると、すぐに、幾何学的ラングランズ双対性が実は正則な双対性に縮退することがあるミラー対称性であり、そしてこれがベン-ツビが私たちに教えた近似であることが、非常に腑に落ちました。私はそれが正しいと確信しました。しかし、まだ幾つかハードルを越えなければなりませんでした。最も困難だったことは、既にお話ししました。ヘッケ作用素無しではラングランズ対応はうまく扱えません。ですから、ゲージ理論のトホーフト作用素を用いてヘッケ作用素を物理的に解釈することが必要でした｡また、複素多様体Mの余接バンドルのA-模型を、M上の微分作用素を用いてどのように解釈するか知ることも必要でした。これは実のところ、以前カプスティンがやったこととかなり近いことでした。ひとたびこれらの点が理解されると、物理学者である私にとって、幾何学的ラングランズ対応が何かということは、かなりの程度明らかでした。

しかし、それを論文にするのは非常に困難で、約1年かかりました。私は、その間、「人生の意義を悟ったのに、誰にもそれを説明できない」かのように感じました。そして、次の理由で、私は未だにある意味でそのように感じています。弦理論あるいはゲージ理論の双対性を予備知識としてもつ物理学者は、幾何学的ラングランズ対応に関する私とカプスティンの論文を理解できますが、話が複雑すぎるので、大部分の物理学者は本当に面白いとは思わないでしょう。一方、数学者には面白いトピックですが、彼らには場の量子論と弦理論の深い予備知識はなじみがなく（また厳密に定式化することが難しいので､）理解は困難です。残念ながら、あのカプスティンと共著の論文は、数学者にとってかなり長い間、謎に包まれたままとなるかもしれません。

山崎　それにはもう10年か15年待たないといけないかもしれませんね。

ウィッテン　本当にそうかもしれません。短期的には、どのような進展があればゲージ理論による幾何学的ラングランズ対応の解釈が数学者にとって理解しやすくなるか、それを知るのは実は非常に難しいと思います。なぜ私がコバノフ・ホモロジーに興奮するかというと、実はそれが一つの理由なのです。コバノフ・ホモロジーと幾何学的ラングランズ対応に対する私のアプローチに用いる内容には同じものが多いのですが、コバノフ・ホモロジーの場合には、数学者がそれを面白いと思うならば、近い将来このアプローチを理解できることは、かなり可能性がありそうだと思います。私はコバノフ・ホモロジーの方が理解しやすいと信じています。もし賭けるなら、私が生きているうちにゲージ理論とコバノフ・ホモロジーが数学者に認識され、高く評価されるのを見るチャンスは相当あると思います。ゲージ理論と幾何学的ラングランズ対応の場合に同様のことを見るためには、運が良くなければならないでしょう。単に個人的な憶測ですが。

戸田　あなたのS-双対性と幾何的ラングランズ対応に関するアイディアは、本当の（数論的な意味での）ラングランズ対応に何か応用を与えるとお考えでしょうか？

ウィッテン　それは、はるか彼方のことだと思います。私個人にとっては、いつか将来、数論が物理と接点をもつことは夢ですが、すぐそうなることはなさそうだと思います。

物理で特定の数論の公式が現れる分野はいろいろあり、それらは、いつか夢が実現する糸口なのかもしれません。しかし、私が本当に面白いと思うには、数論が何とかしてもっと組織的に物理に入り込むことが必要でしょう。多少なりともアドホックな形で物

理の計算から現れる特定の公式には、そんなに興味はありません。私を興奮させるには、数論が物理ともっと統合されることが必要ですが、すぐにそうなるとは思いません。

私の仕事では、ラングランズ対応の幾何学的な形式に集中しました。なぜなら、手近にあった物理に基礎を置く手段を用いて本当に理解する希望があると分かったからです。数論のラングランズ対応に対しても、いつか同様のことが起きることがあるかもしれませんが、多分、欠けていることが数多くあり、最初何から始まるべきかを私たちは知らないのです。私が前進することができた理由は、数論のラングランズ対応を理解しようとするよりは、もっと狭いところに集中したからだと感じています。

戸田　私にとっては、数論と物理はかけ離れた研究対象の様に見えるので、S-双対性と幾何的ラングランズ対応の関係は非常に驚きでした。

ウィッテン　それでも、いつか重要な手がかりと見なされるかもしれない多くの進展がありました。最も奥深いものの一つは、ざっと15年前にサブディープ・セティとマイケル・グリーンによって始められ、その後グリーンが多くの共同研究者と一緒に続けました。最初の仕事で、セティとグリーンは10次元のIIB型超弦理論の、ある低エネルギー R^4 相互作用を理解しようとしていました（ここで、Rはリーマン・テンソルです）。私に言わせれば、彼らは驚くべき発見をしたのです。あるウェイト3/2の非正則アイゼンシュタイン級数により答えが与えられたのです。私の数論に関する知識は非常に表面的ですが、この種のことの方が、通常2次元共形場理論に現れる古典的なモジュラー形式の種類よりも、現代の数論研究者の興味にずっと近いと思います。

大栗　このように、完全なモジュラー性を持っていないものは、数論にも登場しますね。

ウィッテン　その通りです。数論研究者が好むことが数多く物理に登場し、私自身の仕事にさえ、幾つか現れました。弦理論の研究者として私たちが研究する物理理論の中には、数論的に興味のあるものもあります。それらは数論についての情報を何かもっていますが、個人的には、私が近い将来、本当に数論と組織的に接点をもつ機会があるとは思えません。私には、そういう接点を持つとはどういうことかを定式化することさえできないのです。ですから、「私たちが何ができないか」すらお話しすることさえできません。そういうことをするには、今は未だ時宜を得ていないと思います。

とにかく、私が個人的には数論よりもむしろ幾何学的ラングランズ対応に集中した理由ですが、幾何学的ラングランズ対応も十分難しいものでした。それを理解するのは大変な努力を要しましたが、それを理解したら、表現論の幾何学的な側面を含め、数学者がしている多くのことが、物理の一部としてずっと分かり易くなると思います。例えば、私には、昨日京都賞のワークショップで中島 啓さんが説明されたことはよくわかりませんでしたが、理解するには、幾何学的ラングランズ対応を研究した後で明らかになるであろうことが幾つか必要なのかもしれません。保証はできませんが、やってみる価値はあります。

中島さんは全体像を説明する時間がありませんでしたが、一つ明らかだったことは、講演の最後にアフィン・グラスマニアンについて話していたことです。トホーフト作用素の同型類はアフィン・グラスマニアンのサイクルに随伴するので、数学者がアフィン・グラスマニアンについて話すのを聞くと、恐らく、少なくとも話しの一部は、トホーフト作用素を使って考えたいと思うでしょう。保証はできませんが、中島さんが話していたことを物理学者の観点から理解することは、明らかに試みる価値があるだろうと思います。

とにかく、物理の観点から幾何学的表現論をもっと理解するために、もっと多くのできること、するべきことがあります。事実、幾何学的ラングランズ対応に関するベイリンソンとドリンフェルトの最初の仕事の一部は、まだ私の満足する形では理解されていません。ここで私は、あるB-ブレーン（ベイリンソンとドリンフェルトの言葉でoperに随伴するもの）に双対なA-模型を構成するための、彼らが臨界レベル（レベル $-h$, ここで h は双対コクセター数）と呼ぶものに共形場の理論を使うことを考慮しています。数年前にダヴィデ・ガイオットと私は、電磁双対性のoperの代数多様体に対する作用について、適切な理解を得ましたが、その共形場理論との関係について、私は未だに理解したと本当に思ってはいません。しかし、過去数年間、4次元超対称ゲージ理論とそれに関連する6次元理論について研究している物理学者は、臨界レベルでの共形場理論の役割を含む幾つかの発見をしました。ですから、今はこの点を解決する適切な時期なのかもしれません。

大栗　後10分ほどですが、最後に質問したいことはありますか。

数学者と物理学者の実りのある交流とは

戸田　一般的な質問があるのですが、あなたはどのような問題を数学者に解決して欲しいと思っていますか?

ウィッテン　代数幾何学者が研究する問題は、物理学者によって研究されている双対性を含め、数多くあります。その多くについては、私は最近の進展について詳しくないので、余り助言はできないでしょう。幾つかの場合については、かなり以前に物理学者がしたことで、今でも非常に意味のあることを理解しようと苦労しているところです。ほんの一つだけ例を挙げますと、ゴパクマー -バッファと大栗-バッファの公式は代数幾何学者に対して非常に影響を及ぼしてきましたが、物理学者として、私はそれらを理解したと満足したことはありません。ですから、昨年、実は私は学生のミコラ・デドゥシ

ェンコとかなりの時間を使って、これらの公式を理解しようとしました。私は、この仕事で、あなたの質問に答えることを試みようとさえする前に、理解しておかなければなければならない宿題を幾つかやっています。

幸い、私たちは、ゴパクマー -バッファと大栗-バッファの公式についての論文を､ほぼ完成させたところです。

大栗　来週、Kavli IPMUでお話される予定になっていますね（その後、論文として発表された：http://arxiv.org/abs/1411.7108）。

ウィッテン　戸田さんの質問に戻ると、現在興味をもたれている多くの分野があって、多分私には有益な助言はできないのですが、代数幾何学者に実は一つだけちょっとしたアドバイスをしたいと思います。是非、超リーマン面を推奨したいと思います。奥深い理論があると確信しています。それがすぐ現れるか保証はできませんが。もし十分な数の研究者が興味を持ってくれれば、多分その場合に限って奥深い理論が短期的に発展することでしょう。保証できませんが、ひょっとすると、次の春に私たちがサイモンズ・センターで開催するワークショップが、その手助けになるかもしれません。

大栗　25 – 30年前に、超弦理論の摂動展開の有限性や宇宙項の消滅について研究がなされていたときには、満足な結果ではありませんでした。完全な理解は、超リーマン面の幾何学についての、あなたの正確な記述があって、可能になりました。

ウィッテン　大栗さん、ありがとうございます。あなたがそう考えてくれて、私はうれしく思います。超リーマン面を表に出さずに、全てをpicture-changing operatorなどを用いて記述することが可能なため、必ずしも物理学者全員が賛成というわけではありません。そういう風にすると、公式の意味を適切に理解しないことになると、私は個人的には考えますが、必ずしも全員が賛成というわけではありません。

1980年代に超リーマン面の理論の進展が止まった一つの理由は、物理学者が超リーマン面を表に出さない部分的理解に満足したためだったと思います。この課題には素晴らしい美しさがあるのに、物事をそのように中途半端に理解しようとすると、見逃してしまいます｡私はそれがすごく気になって、超リーマン面を用いて詳細を記述するため、今までに数年を費やしました。

私が説明しようとしてきた類いの詳細に、多くの物理学者が実際興味をもってくれるかどうか、これまではっきりしないように見えます｡ですから、私の希望することの一つは、数学者が超リーマン面の理論の進展に興味をもってくれることです。私には保証できませんが、彼らはきっとそうしてくれるだろうと思います。

大栗　弦理論の摂動論のより正確な理解から、物理についての新しい洞察が得られると期待されますか。

ウィッテン　その答えは、物理についての洞察という言葉であなたが何を意味されているかによるかもしれません。弦の摂動論を、超リーマン面のモジュライ空間での積分によって定式化すれば、それが何を意味するのかをより良く理解できるようになると思います。これは洞察といえるでしょう。しかし、私たちの摂動論の理解の仕方に超リーマン面を取り入れることが、例えば、非摂動的問題、あるいは弦理論の対称性のより良い理解、その他の概念の助けになるかというと、今のところその証拠はありません。

山崎　最後の質問です．あなたは数理物理の分野で研究されてきて、数学者と多く議論されていますし、数学の論文も書かれていますね。

ウィッテン　そうですね、私が数学の論文を書くのは、私が実際にできることが物事を分かり易くするだろうという、非常に特殊な場合です。最近の例では、超リーマン面のモジュライ空間に関する基礎的な問題についてのロン・ドナギとの仕事、それから既に述べましたが、ナーム極境界条件についてのラフェ・マゼオとの仕事があります。

山崎　なるほど。それでは、物理学者が数学者と実りのある研究をしたいとき、何かアドバイスはあるでしょうか?

ウィッテン　それは本当に難しいですね。通常、厳密な証明を与えるには、非常に綿密な方法が必要とされます。それは物理学者には難しいことです。私自身も数学的な証明を与えたことはありますが、理解のうえで何かが本当に欠けているけれど、実はとても簡単なことで、適切な共同研究者がいれば私が役に立てる、と思った非常に特殊な場合のみです。物理学者の中には、特定の分野でもっと詳細に立ち入り、厳密な証明のための技術を学びたいという人もいるでしょう。しかし、大多数の物理学者は私が選んだような非常に特殊な場合だけで満足するし、そのような場合にだけうまくいくのだと思います。

山崎　なるほど。あなたの多くの研究において、数学者との対話がインスピレーションになったというのは本当でしょうか?

ウィッテン　普通、それが起きるのは、数学者がしたことが、物理的にはよく理解されておらず、私には意味がつかないと思えたときです。既に一つ、体積予想に関係した場合についてお話ししました。私は、何年もの間、この分野の結果が理解できませんでした。複素臨界点が指数関数的に増大する寄与をしていたからです。私は前に進めなくて、ずっと放っておきました。

遂に、2009年の夏、私はボンのハウスドルフ研究所で開催されたチャーン-サイモンズ理論20周年記念の国際会議に参加し、体積予想に関するもっと多くの講演を聞きました。私には、なぜ指数関数的に大きな寄与が入り込むのか理解できず全く困惑していました｡これに対して私が見つけた解答は、本当に役に立つことが分かったので、今となっては、この問題についてそれ程にも悩んだことが間違ってはいなかったと感じています。

山崎　なるほど、その場合、駒が正しい場所にないという感覚があなたをある疑問へと導き、その疑問をあなたは最終的に解き、今度はそれが新しい発展を生んだわけですね。

ウィッテン　そうです。もう一つの場合は、ベイリンソンとドリンフェルトが将棋の駒を盤の上に無秩序に置いたと思ったときでした。

学生へのメッセージ

大栗　コマは間違った置かれ方をしているかもしれませんが、違う次元から見ると、ピッタリ並んでいるのかもしれませんね。

私にも、最後の質問をさせてください。江口 徹さんが20年前にインタビューをしたときには、数学と物理学の境界領域の展望についての質問がありました。そのときには、この領域は非常に力強く発展しており、その勢いは当分続くだろうとおっしゃっていました。過去20年は、まさしくその通りになりました。そこで、私の質問は、次の20年はどうなるだろうというものです。この記事を読んでいる若い学生に、この分野の将来についてアドバイスをいただけますか。

ウィッテン　まず第一に、過去20年間、この数学と物理の非常に豊かな交流が続いただけでなく、この分野がとても多様な方面に広がり、しばしば興奮するような発見がありました。この分野はあまりに様々な方向に発展しているため、私自身そのほんの少ししか理解できないでいますが。

これが続いてゆくことは確実と思います。場の量子論と弦理論には、数学的に豊かな秘密が隠されていると信じているからです。これらの秘密の幾つかが表面に現れるときには、物理学者には、しばしば驚きとして現れます。それは、私たちは実は弦理論を物理として適切に理解してはいないからです。私たちは、その背後に潜む核心的な概念を理解していません。また、より基本的なレベルでは、数学者は未だ場の量子論を完全に把握することができておらず、従って、彼らにとっても、そこから現れることは驚きです。ですから、これら両方の理由により、物理と数学で生み出される知識は長い間驚きであり続けると思います。

この分野には､若い人たちが参入し、これらがどんな意味を持っているのかを説明する、ワクワクするような機会がたくさんあります。私たちは、まだきちんと理解していないのです。異なる弦理論が非摂動的双対性により統一され、また、弦理論はある意味で本質的に量子力学的であるということが明らかになった1990年代に、私たちはそれまでより広い展望を得ました。しかし、私たちは、まだ一つの対象の異なる側面を研究しているのに過ぎず、その核心的な基本原理は明らかになっていません。ですから、今日の若者により、もっと大きな発見が成し遂げられる機会があります。しかし、では具体的にどのような方向を研究したらよいかという問いでしたら、その答を知っていたら、私自身そちらに向かっていることでしょう。

大栗　長時間にわたってお話いただき、ありがとうございました。とても楽しかったです。京都賞受賞おめでとうございます。

ウィッテン　京都賞について、親切なお言葉をいただき、ありがとうございました。また、この座談会の議論により、過去20年間に私たちがどれだけ進歩したのか思い出すことができましたことにも感謝します。

大栗　では、また20年後にこのような座談会を開いて、これから20年間の発展を振り返ることにしましょう。

ウィッテン　そうしましょう。そのためには、私たち皆、きちんとエクササイズをして、健康を保つ必要がありますね。